COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er FÉVRIER 1897,

PRÉSIDENCE DE M. A. CHATIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse une ampliation du Décret par lequel le Président de la République approuve l'élection, faite par l'Académie, de M. *Filhol*, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de feu M. *Sappey*.

Il est donné lecture de ce Décret.

M. le Président invite M. **Filhol** à prendre place parmi ses Confrères.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un mode d'inversion des intégrales multiples.* Note de M. **Paul Appell.**

« On peut, pour les intégrales multiples, poser un problème d'inversion qui est analogue au problème d'inversion des intégrales simples et qui

conduit aux mêmes questions (extension du théorème d'Abel, uniformité des fonctions inverses, périodicité, ...). Pour cela, on considère des équations dont les deuxièmes membres sont des variables indépendantes u_1, $u_2, \ldots, u_n$ et dont les premiers membres sont des sommes d'intégrales multiples portant sur des fonctions données et étendues à des champs d'intégration *dont la définition dépend d'une façon uniforme de n variables* a_1, $a_2, \ldots, a_n$. Ces équations définissent $a_1, a_2, \ldots, a_n$ en fonction de u_1, $u_2, \ldots, u_n$.

» Je me borne ici à indiquer cette extension du problème de l'inversion : on en trouvera des exemples élémentaires dans une Note qui sera insérée dans l'*American Journal.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration de certaines équations différentielles par des séries.* Note de M. **Émile Picard.**

« Les intéressants résultats qu'a publiés récemment M. Painlevé sur l'intégration de certaines équations différentielles par des séries me remettent en mémoire divers résultats que j'ai donnés autrefois à ce sujet dans le tome III de mon *Traité d'Analyse* (p. 245). Je ne crois pas inutile de revenir sur ces méthodes, qui me paraissent susceptibles d'être beaucoup généralisées. Il ne s'agit, dans tout ce qui va suivre, que de valeurs réelles. On sait que pour intégrer le système

$$\frac{dx_1}{X_1} = \frac{dx_2}{X_2} = \ldots = \frac{dx_p}{X_p},$$

où les X sont des polynomes de degré m en $x_1, x_2, \ldots, x_p$, M. Poincaré a indiqué la méthode suivante :

» Il considère les équations

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{X_i}{1 + X_1^2 + \ldots + X_p^2} \qquad (i = 1, 2, \ldots, p)$$

et montre qu'on peut développer toutes les intégrales de ce système suivant les puissances de

$$z = \frac{e^{at} - 1}{e^{at} + 1},$$

a étant une constante positive convenablement choisie.

» On peut obtenir bien d'autres représentations analytiques des intégrales. J'ai proposé la suivante :

» Prenons les équations

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{X_i}{\sqrt{1 + X_1^2 + \ldots + X_p^2}} \qquad (i = 1, 2, \ldots, p).$$

» En se reportant à la méthode des approximations successives dont j'ai souvent fait usage, on voit aisément que, pour ces équations, les approximations successives conduisent à des développements *convergents pour toute valeur réelle de t*.

» Les développements précédents sont en réalité de peu d'importance pratique, car on ne peut savoir en général par eux ce que deviennent les x quand t augmente indéfiniment; il pourra arriver que les x ne tendent vers aucune limite, ou bien les x tendront vers des limites déterminées et l'on n'aura qu'une portion des courbes intégrales.

» Dans certains problèmes, notamment en Mécanique, la variable indépendante, à savoir le temps, sera spécifiée, et il semble qu'il n'y ait alors aucun parti à tirer de l'introduction d'une variable auxiliaire. Il en sera bien souvent ainsi, en effet; cependant, dans d'autres cas, on pourra se rendre compte de la nature de la dépendance entre le temps et la variable auxiliaire introduite, et, si ces deux variables augmentent ensemble indéfiniment, les approximations successives pourront être utilisées.

» Il serait facile d'indiquer des exemples généraux; je préfère prendre d'abord le cas particulier intéressant du mouvement d'un corps solide pesant autour d'un point fixe. Les équations du mouvement sont ici

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} &A\frac{dp}{dt} = (B - C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'), && \frac{d\gamma}{dt} = r\gamma' - q\gamma'', \\ &B\frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Mg(z_0\gamma - x_0\gamma''), && \frac{d\gamma'}{dt} = p\gamma'' - r\gamma, \\ &C\frac{dr}{dt} = (A - B)pq + Mg(x_0\gamma' - y_0\gamma), && \frac{d\gamma''}{dt} = q\gamma - p\gamma', \end{aligned} \right.$$

où p, q, r désignent les composantes de la rotation instantanée sur les axes principaux, et γ, γ', γ'' les cosinus des angles de ces axes avec la verticale; A, B, C sont les moments principaux d'inertie et (x_0, y_0, z_0) les coordonnées du centre de gravité par rapport aux axes principaux. On a évidemment l'intégrale première

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = \text{const.}$$

» Dans le problème qui nous occupe, la constante devra être prise égale à l'unité. Écrivons encore l'intégrale des forces vives

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2Mg(x_0\gamma + y_0\gamma' + z_0\gamma'') = \text{const.}$$

» J'envisage maintenant le système formé par les équations

$$(2) \quad \begin{cases} A\dfrac{dp}{d\tau} = \dfrac{(B-C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma')}{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 + \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 + h}, \\[2ex] \dfrac{d\gamma}{d\tau} = \dfrac{r\gamma' - q\gamma''}{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 + \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 + h}, \end{cases}$$

et par les quatre équations analogues, qui diffère seulement du système (1) par la présence d'un dénominateur commun dans les seconds membres, et la variable τ remplaçant la variable t; h désigne une constante positive.

» On pourra intégrer le système (2) par la méthode rappelée d'approximations successives, et, étant choisies les valeurs initiales, on aura pour

$$p, \quad q, \quad r, \quad \gamma, \quad \gamma', \quad \gamma'',$$

des fonctions de τ *déterminées pour toute valeur finie de* τ. Le système admettant les deux intégrales premières écrites plus haut, les γ resteront moindres qu'un nombre fixe d'après la première de ces intégrales, et alors d'après la seconde, il en sera de même de p, q, r. La relation entre t et τ est

$$dt = \frac{d\tau}{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 + \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 + h},$$

et, par suite, quand τ augmentera indéfiniment, il en sera de même de t. On aura donc une solution valable depuis la valeur initiale t_0 jusqu'à une époque quelconque t. On a ainsi une solution satisfaisante au point de vue du calcul numérique, en ce sens que les fonctions inconnues

$$p, \quad q, \quad r, \quad \gamma, \quad \gamma', \quad \gamma''$$

sont représentées par des développements convergents pour toute valeur finie de τ, et *faire croître* τ *indéfiniment revient à faire croître* t *indéfiniment*.

» Indiquons encore un autre exemple, où se rencontreront des circonstances plus simples encore. Considérons le système

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial x_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

» Je suppose que la fonction $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ reste négative pour

toute valeur réelle des x. On a évidemment l'intégrale des forces vives

(3) $$x_1'^2 + \ldots + x_n'^2 - 2U = \text{const.}$$

» Formons le système

(4) $$\left\{\begin{aligned} \frac{dx_i'}{d\tau} &= \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_i}}{x_1'^2 + \ldots + x_n'^2 - 2U + h} \\ \frac{dx_i}{d\tau} &= \frac{x_i'}{x_1'^2 + \ldots + x_n'^2 - 2U + h} \end{aligned}\right. \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où h est une constante positive. Si l'on suppose que les quotients

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_i}}{x_1'^2 + \ldots + x_n'^2 - 2U + h}, \qquad \frac{x_i'}{x_1'^2 + \ldots + x_n'^2 - 2U + h},$$

considérés comme fonctions des x et des x', *aient leurs dérivées partielles du premier ordre moindres en valeur absolue qu'un nombre fixe* pour tout système de valeurs réelles des x et des x', on pourra appliquer au système (4) la méthode des approximations successives de façon à obtenir des développements convergents pour toute valeur de τ. Mais, d'autre part, le système (4) admet évidemment l'intégrale (3), et, par suite, la relation entre t et τ sera de la forme

$$dt = \frac{d\tau}{C + h},$$

C étant une constante positive. La variable auxiliaire τ est donc une fonction linéaire de t, et *nous avons ici des développements dont les termes sont des fonctions de t, et qui convergent pour toute valeur de cette variable.* Il me paraît inutile d'indiquer d'autres exemples; ce qui précède montre que dans bien des cas la méthode des approximations successives peut donner, au point de vue du calcul, une solution rigoureuse et complète des problèmes de Mécanique. On remarquera que nous ne nous appuyons, dans ce qui précède, que sur les propositions les plus élémentaires de la théorie des équations différentielles. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. H.-L. Lechappe adresse de nouveaux détails sur son appareil producteur d'acétylène.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. A. Boullerot adresse un projet d'emploi de signaux de nuit, phosphorescents, sur les lignes de chemins de fer.

(Renvoi à la Commission des chemins de fer.)

M. Aug. Coret adresse une Note relative à un nouvel instrument destiné à apprécier les mouvements d'ascension ou de descente des aérostats.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le quatrième Volume de « l'Aérophile », Revue mensuelle de l'Aéronautique et des Sciences qui s'y rattachent.

2° Un Volume publié par M. *Malcolm A. C. Fraser* et portant pour titre : « Western Australian, Year-Book for 1894-95 ». (D'après le désir exprimé par l'auteur, ce Volume sera soumis à l'examen de M. Grandidier, pour les questions relatives à la découverte de l'Australie.)

3° Un Volume de M. *P. Painlevé*, portant pour titre : « Leçons sur la théorie analytique des équations différentielles ». (Présenté par M. Émile Picard.)

ASTRONOMIE. — *Distances du système solaire.* Note de M. E. **Roger**, présentée par M. Jordan.

« I. La première des deux lois énoncées par M. Delauney (*Comptes rendus*, t. CXXIV, p. 71) peut, sans invraisemblance, être attribuée à des rencontres fortuites.

» En effet, si l'on convertit en fractions continues les distances du Soleil aux trois planètes Vénus, Mars et Mercure, on pourra former une série de réduites de plus en plus approchées. Les trois distances seront alors représentées par trois réduites $\frac{a}{b}$, $\frac{a'}{b'}$, $\frac{a''}{b''}$, qui admettront un dénominateur commun $b\,b'b''$, quelle que soit la loi qui régit la distribution des planètes, et alors même que cette distribution serait l'effet du hasard ou de causes qui, par leur complication, échapperaient au calcul. Cela posé, il sera presque toujours possible de substituer à $b\,b'b''$ un nombre entier numériquement plus faible bff' (f et f' entiers). Il suffira, pour y parvenir, d'observer que les produits $\frac{a'}{b'}b$, $\frac{a''}{b''}b$ ne diffèrent d'un entier que par des fractions très voisines de celles-ci

$$0, \quad \pm 0,1, \quad \pm 0,2, \quad \pm 0,3, \quad \pm 0,4, \quad \pm 0,5;$$

on obtiendra donc, dans chaque cas, des produits très rapprochés de nombres entiers en attribuant à f et à f' l'une des valeurs

$$1, \quad 10, \quad 5, \quad 3, \quad \frac{5 \pm 1}{2}, \quad 2.$$

» Il est facile de s'assurer qu'il y a un à parier contre quatre que ff' ne dépassera pas 5.

» En prenant

$$\frac{a}{b} = \frac{13}{18},$$

on a

$$\frac{a'}{b'}b = 24,43, \qquad \frac{a''}{b''}b = 6,97,$$

$$f = 2, \qquad f' = 1, \qquad bff' = 36.$$

» Les réduites $\frac{29}{19}$, $\frac{5}{13}$ fournissent deux autres systèmes aussi exacts, à peu de chose près : [22, 41, 57, 87]; [10, 19, 26, 40].

» II. La seconde loi se déduit presque intuitivement de la formule empirique [1]

$$D_n = D_0 \times 1,623^{n+\frac{\pi}{5}\left(1-\cos\frac{n\pi}{5}\right)},$$

dans laquelle n est un numéro d'ordre, les planètes étant rangées symétriquement de part et d'autre de la planète Mars ($n = 0$).

» Il est clair, en effet, que, s'il était permis de faire abstraction de l'inégalité périodique, les rapports $\frac{D_2}{D_0}$, $\frac{D_3}{D_{-1}}$, $\frac{D_4}{D_{-2}}$ formeraient une progression géométrique ayant pour raison $1,623^2$ nombre peu différent de $8^{\frac{1}{2}}$ et de $C^{\frac{3}{\pi}}$. La loi semble devoir être en défaut pour le quatrième groupe, par suite d'une lacune qui existe entre Vénus et Mercure; mais l'inégalité périodique en rétablit jusqu'à un certain point l'exactitude, ainsi qu'on va le voir.

» En désignant par C^u l'inégalité périodique, on a

$$-u_0 = u_{\pm 5} = 0,3, \qquad -u_{\pm 1} = u_{\pm 4} = 0,243, \qquad -u_{\pm 2} = u_{\pm 3} = 0,093.$$

» D'autre part, les logarithmes hyperboliques L des distances D et DC^{-n}, et des rapports de ces distances dans chaque groupe, sont comme il suit :

	n.	D.	L.	Différence.	L−u.	Différence.
Jupiter...	2	5,203	1,649		1,742	
				$\frac{1}{2}\log 8 + 0,188$		$\frac{3}{\pi} + 0,066$
Mars.....	0	1,524	0,421		0,721	
Saturne..	3	9,539	2,255		2,162	
				$\log 8 + 0,175$		$2\frac{3}{\pi} + 0,009$
La Terre.	−1	1	0		0,243	
Uranus...	4	19,183	2,954		2,711	
				$\frac{3}{2}\log 8 + 0,158$		$3\frac{3}{\pi} + 0,077$
Vénus....	−2	0,723	−0,324		−0,231	
Neptune..	5	30,055	3,403		3,103	
				$2\log 8 + 0,192$		$4\frac{3}{\pi} + \frac{3}{2\pi} + 0,008$
Mercure..	−4	0,387	−0,949		−1,192	

» L'équation qui lie D à n admet d'autres inégalités périodiques : C^{ε}, $C^{\varepsilon'}$, ..., qu'on peut ici négliger, à l'exception de celle que définit l'équation

$$\varepsilon = \pm 0,03 \frac{1 + 1,6\cos 0,9(n-3)\pi}{[1 + 0,9\cos 0,9(n-3)\pi]^2} \qquad [\varepsilon > 0]\ [2],$$

[1] *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 945.
[2] *Comptes rendus*, t. CVI; p. 250.

d'où

$$\varepsilon_5 = \varepsilon_3 = \varepsilon_1 = 0{,}002, \qquad \varepsilon_4 = \varepsilon_2 = 0{,}075,$$
$$\varepsilon_0 = 0{,}001, \qquad \varepsilon_{-1} = \varepsilon_{-2} = \varepsilon_{-9} = 000{,}3.$$

» En résumé, la seconde loi de M. Delaunay est un corollaire d'une loi plus générale et plus rigoureuse qu'on peut formuler ainsi :

$$D = C^{\frac{3n}{2\pi} - 0{,}3\cos\frac{n\pi}{5} + \varepsilon + \text{const.}} \quad »$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales quadratiques des équations de la Dynamique.* Note de M. P. PAINLEVÉ, présentée par M. Picard.

« Considérons un système d'équations de Lagrange,

$$(1) \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial x'_s}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_s} = X_s(x_1, \ldots, x_n) \qquad (s = 1, 2, \ldots, n),$$

où T est une forme quadratique en $x'_1, \ldots, x'_n$. La recherche des cas où un tel système admet des intégrales quadratiques est un problème extrêmement compliqué, sur lequel plusieurs auteurs, notamment M. R. Liouville, M. Stæckel, M. Levi-Civita, M. di Pirro ont publié d'importants résultats. Je me propose d'indiquer ici une classe de systèmes (1) admettant des intégrales quadratiques, classe beaucoup plus étendue que celles qu'on a signalées jusqu'ici et qui vraisemblablement épuise la question.

» Représentons par $i, j, \ldots, l, m$ des entiers positifs quelconques dont la somme est égale à n, et soit q le nombre de ces entiers. Soit maintenant

$$\tau_1(x'_1, \ldots, x'_i; x_1, \ldots, x_i), \quad \tau_2(x'_{i+1}, \ldots, x'_{i+j}; x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}), \quad \ldots,$$
$$\tau_q(x'_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x'_n; x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n),$$

q forces vives composées la première avec les variables $x_1, \ldots, x_i$, la seconde avec les variables $x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}, \ldots$. Appelons enfin Δ le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} \varphi_1^1(x_1, \ldots, x_i), & \varphi_2^1(x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}), & \ldots, & \varphi_q^1(x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n) \\ \varphi_1^2(x_1, \ldots, x_i), & \varphi_2^2(x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}), & \ldots, & \varphi_q^2(x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n) \\ \ldots\ldots, & \ldots\ldots, & \ldots, & \ldots\ldots \\ \varphi_1^q(x_1, \ldots, x_i), & \varphi_2^q(x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}), & \ldots, & \varphi_q^q(x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n) \end{vmatrix},$$

où les φ_r^s sont des fonctions arbitrairement choisies des variables indiquées; Δ_r^s désignera le mineur de Δ relatif à l'élément φ_r^s.

» Posons

$$(1)\qquad T_1 = \Delta\left(\frac{\tau_1}{\Delta_1^1} + \frac{\tau_2}{\Delta_2^1} + \ldots + \frac{\tau_q}{\Delta_q^1}\right),$$

et adjoignons à T_1 la fonction de forces U_1 définie par l'égalité

$$(2)\qquad \begin{cases} \Delta U_1 = f_1(x_1, \ldots, x_i)\,\Delta_1^1 \\ \qquad + f_2(x_{i+1}, \ldots, x_{i+j})\,\Delta_2^1 + \ldots + f_q(x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n)\,\Delta_n^1, \end{cases}$$

où les f_r sont des fonctions arbitrairement choisies des variables indiquées. *Le système de Lagrange* (T_1, U_1) *admet* q *intégrales quadratiques distinctes (en comptant l'intégrale des forces vives), à savoir les intégrales* $T_\mu - U_\mu = h_\mu$, *où l'on a*

$$T_\mu = \Delta\left[\tau_1 \frac{\Delta_1^\mu}{(\Delta_1^1)^2} + \tau_2 \frac{\Delta_2^\mu}{(\Delta_2^1)^2} + \ldots + \tau_q \frac{\Delta_q^\mu}{(\Delta_q^1)^2}\right],$$

$$U_\mu = \frac{1}{\Delta}(f_1\Delta_1^\mu + f_2\Delta_2^\mu + \ldots + f_q\Delta_q^\mu) \qquad (\mu = 1, 2, \ldots, q).$$

» Il suffit, pour le voir, d'employer les variables canoniques. Représentons par $\Theta_1(p_1, \ldots, p_i, x_1, \ldots, x_i)$, $\Theta_2(p_{i+1}, \ldots, p_{i+j}; x_{i+1}, \ldots, x_{i+j})$, ..., q forces vives canoniques quelconques, la première dépendant seulement de $p_1, \ldots, p_i, x_1, \ldots, x_i$, ... Les fonctions $T_\mu(p_1, \ldots, p_n, x_1, \ldots, x_n)$ sont de la forme

$$(3)\qquad T_\mu(p_1, \ldots, p_n; x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{\Delta}(\Theta_1\Delta_1^\mu + \Theta_2\Delta_2^\mu + \ldots + \Theta_q\Delta_q^\mu).$$

» Je dis que les égalités (4) [où l'on regarde $p_1, \ldots, p_n$ comme les dérivées d'une fonction $V(x_1, \ldots, x_n)$]

$$(4)\qquad T_1 - U_1 = h_1, \qquad \ldots, \qquad T_q - U_q = h_q,$$

sont en involution. En effet, le système (4) admet une intégrale $V(x_1, \ldots, x_n)$ dépendant de n constantes arbitraires (en comptant les constantes $h_1, \ldots, h_q$), à savoir une intégrale de la forme

$$V = V_1(x_1, \ldots, x_i) + V_2(x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}) + \ldots,$$

où $V_1, V_2, \ldots$, sont des intégrales complètes des q équations

$$(5)\qquad \begin{cases} \Theta_1\left(\dfrac{\partial V_1}{\partial x_1}, \ldots, \dfrac{\partial V_1}{\partial x_i}; x_1, \ldots, x_i\right) = f_1 + h_1\varphi_1^1 + h_2\varphi_1^2 + \ldots + h_q\varphi_1^q, \\ \Theta_2\left(\dfrac{\partial V_2}{\partial x_{i+1}}, \ldots; \dfrac{\partial V_2}{\partial x_{i+j}}, x_{i+1}, \ldots, x_{i+j}\right) = f_2 + h_1\varphi_2^1 + h_2\varphi_2^2 + \ldots + h_q\varphi_2^q, \ldots \end{cases}$$

» L'intégration du système de Lagrange (T_1, U_1) est ramenée à l'intégration des équations (5).

» Rendons-nous compte du degré de généralité des systèmes $[T_1, U_1]$ ainsi définis. Tout d'abord, il est loisible, comme on le voit aisément, de supposer $\varphi_1^1 \equiv \varphi_2^1 \equiv \ldots \equiv \varphi_q^1 \equiv 1$. Ensuite la force vive τ_1 dépend de $\frac{i(i+1)}{2}$ coefficients (fonctions quelconques de $x_1, \ldots, x_i$); mais on peut toujours, en changeant les paramètres $x_1, \ldots, x_i$, choisir i de ces coefficients arbitrairement : τ_1 dépend donc de $\frac{i(i-1)}{2}$, fonctions arbitraires vraiment distinctes. Il suit de là que T_1 dépend de

$$\lambda_1 \equiv (q-1) + \frac{i(i-1)}{2} \text{ fonctions arbitraires de } x_1, \ldots, x_i,$$

$$\lambda_2 \equiv (q-1) + \frac{j(j-1)}{2} \text{ fonctions arbitraires de } x_{i+1}, \ldots, x_{i+j},$$

. . . .

$$\lambda_q = (q-1) + \frac{m(m-1)}{2} \text{ fonctions arbitraires de } x_{i+j+\ldots+l+1}, \ldots, x_n.$$

» Le choix de la fonction de forces U augmente chaque nombre λ d'une unité. En épuisant les systèmes d'entiers $(i, j, \ldots, m)$, dont la somme est égale à n, on forme des classes de systèmes (T_1, U_1) ayant respectivement n, ou $(n-1)$, ..., ou 1 intégrales quadratiques.

» Enfin, il n'est pas nécessaire de supposer que les forces dérivent d'un potentiel. *La force vive* T_1 *étant donnée par* (1), *le système* (T_1, X_i) *admettra l'intégrale quadratique* $T_2 - V(x_1, \ldots, x_n) =$ const., *si l'on astreint les forces aux seules conditions*

$$(6) \qquad \frac{X_1}{\frac{\partial V}{\partial x_1}} = \ldots = \frac{X_i}{\frac{\partial V}{\partial x_i}} = \frac{\Delta_1^1}{\Delta_1^2}, \qquad \frac{X_{i+1}}{\frac{\partial V}{\partial x_{i+1}}} = \ldots = \frac{X_{i+j}}{\frac{\partial V}{\partial x_{i+j}}} = \frac{\Delta_2^1}{\Delta_2^2}, \qquad \ldots$$

où V est une fonction quelconque de $x_1, \ldots, x_n$.

En particulier, si $q = 2$, T peut recevoir la forme

$$\begin{aligned} T \equiv & [\varphi_1(x_1, \ldots, x_i) + \varphi_2(x_{i+1}, \ldots, x_n)] \\ & \times [\tau_1(x'_1, \ldots, x'_i; x_1, \ldots, x_i) + \tau_2(x'_{i+1}, \ldots, x'_n; x_{i+1}, \ldots, x_n), \end{aligned}$$

et le système (T_1, X_i) admet une intégrale quadratique (distincte de celle des forces vives) quand on a

$$X_1 = \frac{1}{\varphi_2}\frac{\partial V}{\partial x_1}, \quad \ldots, X_i = \frac{1}{\varphi_2}\frac{\partial V}{\partial x_i}, \quad X_{i+1} = \frac{-1}{\varphi_1}\frac{\partial V}{\partial x_{i+1}}, \quad \ldots, \quad X_n = \frac{-1}{\varphi_1}\frac{\partial V}{\partial x_n},$$

en particulier, quand les forces dérivent d'un potentiel de la forme

$$U = \frac{f_1(x_1, \ldots, x_i) + f_2(x_{i+1}, \ldots, x_n)}{\varphi_1 + \varphi_2}.$$

» Si tous les entiers $i, j, \ldots, m$ sont égaux à 1, q est égal à n; on retombe sur le cas de M. Stæckel, qui dépend de n^2 fonctions arbitraires à une variable. Si tous les entiers $i, j, \ldots, m$ sont égaux à 1, sauf le premier, et si, de plus, T est orthogonale, on retombe sur le cas de M. di Pirro, qui dépend de n fonctions arbitraires de $x_1, \ldots, x_i$, et de

$$(n-i-1)^2+(n-i)$$

fonctions arbitraires à une seule variable. Si, dans Δ, on assujettit les φ_r^s aux conditions : $\varphi_r^s \equiv (\varphi_r^1)^s$, et si, de plus, on remplace par des constantes ceux des φ_r^1 où peut figurer plus d'une variable x, on retrouve les ds^2 de M. Levi-Civita. »

ANALYSE FINANCIÈRE. — *Sur les lois de l'intérêt.* Note de M. **Enrico de Montel**, présentée par M. E. Rouché.

« 1. E. Catalan avait déjà remarqué que les lois actuelles qui régissent l'intérêt conduisent à des résultats inacceptables (*Journal des Actuaires;* 1872), et il avait proposé la formule suivante, pour calculer le fruit c'est-à-dire l'intérêt de 1^{fr} pour n années,

$$y = p\left[e - \left(1+\frac{100}{n}\right)^{\frac{100}{n}}\right];$$

le nombre p est l'entier immédiatement supérieur à celui que donne l'équation

$$p\left[e - \left(1+\tfrac{1}{100}\right)^{100}\right] = r,$$

dans laquelle r indique l'intérêt de la première année.

» Cette formule ne permet pas de fixer *a priori*, d'une manière précise, le taux et ne se prête pas à résoudre aisément les problèmes financiers.

» Cependant Catalan avait nettement posé la question.

» La loi sur l'intérêt devrait être telle que, pour des intervalles assez courts, le fruit restât sensiblement proportionnel au temps, tandis que le montant ne devait pas, même pour un temps infiniment grand, surpasser une limite déterminée.

» Ces conditions sont parfaitement remplies, si l'on établit entre le temps x et le montant y de l'unité monétaire la relation bien connue

$$xy + ay + bx + c = 0.$$

» On détermine les constantes en fixant l'intérêt que doit produire

l'unité dans la première année, et le maximum qui ne doit pas surpasser le montant; on a d'ailleurs $a + c = 0$.

» Si l'on fixe, par exemple, à 4 pour 100 l'intérêt de la première année et à 8 la valeur maxima du montant correspondant à $x = \infty$, la relation devient

$$xy + 174y - 8x - 174 = 0;$$

c'est ce qu'on appellera l'*équation du* 4 *pour* 100, *à maximum* 8.

» On établit, de même, l'équation du 5 pour 100, du 6 pour 100, etc., avec d'autres maximums.

» La loi est multiforme.

» La courbe du montant est une branche d'hyperbole.

» L'intérêt simple n'est qu'un cas particulier de l'intérêt, à maximum donné.

» 2. Le calcul des rentes se fait au moyen de la formule d'Euler, qui réduit aux intégrales définies les sommes à différence finie.

» S'il s'agissait de calculer une rente de 20 termes, au taux d'évaluation 4 pour 100, à maximum 8, il n'y aurait qu'à calculer

$$\sum_{1}^{20} \frac{174 + x}{174 + 8x}.$$

» On trouverait pour prix de cette rente 14,7028; tandis que la même rente évaluée à 4 pour 100, selon la loi de l'intérêt composé, vaudrait 14,4747.

» *Il n'y aurait plus de consolidés, mais seulement des rentes amortissables.*

» La loi s'applique du reste aisément, quel que soit le degré de généralité avec lequel on envisage les problèmes financiers.

» Voici un exemple :

» Une Compagnie contracte un emprunt S, à rembourser en vingt-cinq ans. Elle émet, pour cela, des obligations d'une valeur nominale v. L'intérêt annuel qu'elles produisent, sous forme de coupons, est du 3 pour 100, à maximum μ. La dette doit être remboursée avec des annuités paraboliques. Quel est le prix d'émission et quelle doit être la valeur de l'annuité nécessaire pour le service des intérêts et du remboursement, en supposant que la Compagnie veuille payer, tout compris, le 4 pour 100 à maximum 8.

» La solution ne présente pas de difficulté. Voir la brochure que j'ai l'honneur d'offrir à l'Académie. »

ÉLECTRICITÉ. — *Généralisation de formules d'Électromagnétisme.* Note de M. VASCHY.

« Je vais reprendre, pour les généraliser, des propositions démontrées dans ma Note du 28 décembre 1896. Soient $\overline{h'}$ l'intensité d'un champ magnétique quelconque; X′, Y′, Z′ ses composantes; μ'_x, μ'_y, μ'_z les composantes d'un vecteur $\overline{\mu'}$ définies par les formules

$$(1)\qquad \frac{\partial Y'}{\partial z}-\frac{\partial Z'}{\partial y}=4\pi\mu'_x,\qquad \frac{\partial Z'}{\partial x}-\frac{\partial X'}{\partial z}=4\pi\mu'_y,\qquad \frac{\partial X'}{\partial y}-\frac{\partial Y'}{\partial x}=4\pi\mu'_z,$$

d'où l'identité

$$(2)\qquad \frac{\partial\mu'_x}{\partial x}+\frac{\partial\mu'_y}{\partial y}+\frac{\partial\mu'_z}{\partial z}=0.$$

D'après ma Note citée

$$(3)\qquad \delta\varpi+\delta W=\tfrac{1}{2}\Sigma I\,\delta\Phi,$$

$\delta\varpi$, δW et $\delta\Phi$ désignant le travail des forces magnétiques, la variation de l'énergie magnétique W et la variation du flux moyen d'induction magnétique Φ à travers le circuit du courant I, pendant le temps dt.

» On supposera désormais la densité $\bar{i}$ du courant remplacée par $\overline{\mu'}$ dans I et Φ. On a ainsi la formule généralisée, démontrable directement, où $\overline{\mu'}$ n'est égal à $\bar{i}$ que dans le cas d'un courant permanent. Dans l'état variable du champ, $\bar{i}$ ne satisfait point aux équations (2) et (3).

» Les formules (1) montrent que si $\mu'=0$ dans une région, le champ y admet un potentiel magnétique; là où $\overline{\mu'}$ est différent de zéro, il n'y a pas de potentiel. S'il existe une région à potentiel non uniforme, il y en a une au moins où le potentiel n'existe pas. En effet, si l'intégrale

$$\int_C h'\,ds\cos(h',ds),$$

le long d'un contour fermé C, a une valeur E, d'après l'identité de Stokes, il y a au moins un élément fini de la surface d'un feuillet de C où le vecteur $\overline{\mu'}$ existe, et il en est de même pour les feuillets voisins. Les régions à potentiel fournissent seules des termes tous nuls à la somme $\Sigma I\,\delta\Phi$.

» Pour un champ électrique dont l'intensité est $\overline{h}(XYZ)$, les formules (1), (2), (3) subsistent en y remplaçant k', $\overline{h'}$ et $\overline{\mu'}$ par k, $\overline{h}$ et $\overline{\mu}$. Si $\mu = 0$ dans une région, le champ y admet un potentiel électrique. Lorsque le potentiel n'est pas uniforme, il existe au moins une région privée de potentiel. Les régions à potentiel donnent seules des termes tous nuls à la somme $\frac{1}{2}\Sigma I\,\delta\Phi$, qui est égale au $(\delta\varpi + \delta W)$ électrique.

» *Lois des transformations d'énergies.* — L'énergie calorifique dégagée suivant la loi de Joule, dans une région U d'un champ magnétique, et la perte éprouvée par l'énergie électrique W existante en U sont égales dans un même temps dt. Cette transformation de l'énergie électrique en chaleur a lieu dans chaque élément de volume du avec une rapidité constante

$$-\frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{2}{\theta},$$

qui est un coefficient spécifique du conducteur (analogie avec l'énergie élastique, qui se transforme en chaleur). Dans un milieu homogène où existe un potentiel V, on aura

$$w = w_0 e^{-\frac{2t}{\theta}}, \qquad h = h_0 e^{-\frac{t}{\theta}}, \qquad V = V_0(x, y, z) e^{-\frac{t}{\theta}}.$$

» Si plusieurs conducteurs et un électrolyte forment un circuit fermé, il se produit un courant I que l'on supposera permanent. Une transformation d'énergie électrique $(-dW > 0)$ en chaleur $[-(\Pi + \Theta)I\,dt > 0]$ ou la transformation inverse ont lieu aux surfaces de contact des conducteurs et dans leur volume (effets Peltier et Thomson réversibles). Aux électrodes, il y a l'effet Peltier et transformation d'énergie électrique en énergie chimique $(-\Lambda I\,dt > 0)$ ou transformation inverse, s'il y a réversibilité. Les coefficients Π, Θ, Λ sont appelés *forces électromotrices*. L'étude de l'électrocapillarité (travaux de M. Lippmann) nous montre un phénomène réversible d'électrolyse, l'effet chimique est le même qu'aux électrodes; peut-être y a-t-il aussi un effet Peltier? Enfin, on démontre que, par suite de l'existence du vecteur magnétique $\overline{\mu'}$ égal à $\overline{i}$, la perte d'énergie électrique $hi\,dt\,du$ dans un volume du par l'effet Joule est réparée instantanément. Lorsque le courant n'est point permanent, l'existence du vecteur $\overline{\mu'}$ dans le volume du donne lieu à une variation de l'énergie électrique égale à $h\mu'\cos(h, \mu')\,dt\,du$ dans un temps dt, laquelle se superpose à la perte $hi\,dt\,du$.

» L'énergie magnétique ne se transforme en chaleur dans aucun corps, sauf, peut-être, les métaux magnétiques. Elle peut se transformer en

énergie électrique et réciproquement (analogie avec la force vive qui peut se transformer en énergie élastique, non en chaleur). L'existence du vecteur électrique $\overline{\mu}$ dans un volume du y fait varier l'énergie magnétique de $d\left(\frac{1}{8\pi}k'h'^2\right)du = -h'\mu\cos(h', \mu)\,dt\,du$ dans un temps dt. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la conductibilité moléculaire des sels en dissolution étendue.* Note de M. **P. Joubin**, présentée par M. Mascart.

« La conductibilité moléculaire limite a la même valeur pour un certain nombre de sels en dissolution : telle est la loi qu'a établie expérimentalement M. Bouty. D'autres physiciens, M. Kohlrausch en particulier, sont arrivés à des résultats différents. On peut cependant montrer que l'énoncé de M. Bouty conduit à une conséquence qui semble en confirmer l'exactitude. M. Bouty prend une solution de chlorure de potassium à 1 molécule ($74^{gr},5$) par litre, c'est-à-dire $74^{mgr},5$ par centimètre cube, dont la résistance spécifique est de $15^{ohms},41$. En partant de ce nombre, il trouve que la résistance moléculaire limite en est sensiblement les $\frac{8}{10}$. Imaginons que la molécule prise pour unité soit, non pas la molécule chimique $74^{gr},5$, mais la molécule électrochimique C.G.S., c'est-à-dire que la dissolution contienne $7^{mgr},7$ environ par centimètre cube; la résistance moléculaire limite sera sensiblement 125 ohms par centimètre cube, c'est-à-dire à peu près $\frac{4\pi}{3}\cdot 3\,10^{10}$ unités C.G.S. électromagnétiques.

» Ceci posé, on peut se représenter ainsi le phénomène : supposons, dans la cuve à électrolyse, deux larges électrodes parallèles; on peut les considérer comme recouvertes d'une couche d'électricité produisant entre elles un champ uniforme h, dont l'expression est

$$h = \rho i,$$

en appelant ρ la résistance spécifique de la dissolution et i la densité du courant.

» Or la notion de conductibilité moléculaire limite exprime que, lorsque la dilution est suffisante, les molécules salines sont indépendantes les unes des autres. Supposons, ce qui n'est qu'approximatif, mais suffisant pour le raisonnement, qu'il en soit déjà ainsi pour une dissolution contenant 1 molécule par centimètre cube. Dans l'équation précédente, ρ représentera

donc la conductibilité moléculaire limite; quant au courant i, nous pouvons nous le représenter comme une quantité d'électricité i transportée par l'ion sur l'électrode correspondante; on aura donc

$$h = \frac{4\pi}{3} 3 10^{10} . i.$$

» Le courant i est exprimé en unités électromagnétiques; le champ h en unités électrostatiques; évaluons-le en unités électromagnétiques; nous aurons simplement

$$h = \frac{4\pi}{3} i, \qquad \text{d'où} \qquad i = \frac{3}{4\pi} h.$$

» Or cette charge est précisément celle que prend une petite sphère conductrice, de section égale à l'unité, dans le champ h, à la condition que d'autres sphères voisines ne réagissent pas sur elle. On sera d'autant plus près de cet état d'indépendance que la dilution sera plus grande et la résistance moléculaire plus rapprochée de sa limite. Autrement dit : soit un élément de volume de l'électrolyte, cylindrique, de base et de hauteur égales à l'unité, occupé par 1 molécule sphérique inscrite; *la quantité d'électricité que transporte cette molécule est celle qu'induit le champ uniforme dans lequel elle se trouve*. Remarquons que c'est la quantité qu'on eût choisie, *a priori*, pour une telle molécule; par suite, si l'on considère ce résultat comme une conséquence immédiate des théorèmes d'électricité statique, on est conduit à une définition théorique de l'équivalent électrochimique : *L'équivalent électrochimique d'un sel est le poids qui, dissous dans* 1^{cc} *d'eau, puis indéfiniment dilué, donne, pour la résistance moléculaire la limite* $4\pi . 10^{10}$ *unités électromagnétiques*. Le rapport des équivalents électrochimique et chimique est ainsi défini, *a priori*.

» Enfin, pour se représenter complètement le phénomène, il faut imaginer les deux ions, provenant de la rupture de la molécule saline, transportant sur l'électrode correspondante la couche de glissement qui vient d'être calculée. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *De la radiophotographie des parties molles de l'homme et des animaux*. Note de MM. **Rémy** et **Contremoulin**, présentée par M. Marey.

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie un nouveau résultat des recherches que nous poursuivons sur l'application des rayons X aux études anatomiques.

» A l'aide de préparations chimiques sur des cadavres d'homme et de grenouille, nous avons pu mettre les muscles, les ligaments et les tendons dans un état tel, qu'ils nous ont donné des images radiophotographiques.

» Le muscle projeté fait apparaître une teinte sombre qui en dessine tout l'ensemble; mais, dans les limites ainsi indiquées, on aperçoit des traits plus sombres qui appartiennent aux faisceaux musculaires. Le muscle est donc masqué par des faisceaux de stries longitudinales très nettement délimités.

» Les tendons musculaires se voient nettement pour divers muscles. Quelques ligaments interosseux sont dans les mêmes conditions.

» On aperçoit, sur la préparation de la main, les muscles de l'éminence thénar et ceux de l'éminence hypothénar, caractérisés par la direction oblique et transversale de leurs fibres. Le muscle interosseux qui s'insère au tubercule externe de la première phalange de l'index, les deux interosseux du médius sont tout à fait évidents dans leurs parties musculaires et tendineuses.

» On peut suivre les muscles de l'éminence thénar jusqu'à leurs insertions sur les os métacarpiens et sur les osselets du carpe.

» Avec la préparation que nous avons employée, les os se montrent avec une netteté plus grande que d'habitude; les sésamoïdes sont particulièrement visibles; on en découvre dans des régions tendineuses où ils étaient inconnus jusqu'ici, entre les deux phalanges du pouce, au niveau de l'index et du petit doigt.

» En observant bien, on découvre même les tendons des fléchisseurs commun, superficiel et profond. Le fléchisseur profond de l'index est celui qui porte un sésamoïde.

» Sur la grenouille, préparée par le même moyen, les muscles et même les *faisceaux* musculaires sont très visibles.

» De plus, sur cet animal, qui a été préparé en totalité, nous avons obtenu une image du cristallin et des enveloppes de l'œil.

» Pour arriver à ces résultats, nous nous sommes inspirés des récentes recherches des histologistes sur le système nerveux; nous avons cherché et obtenu un précipité de chromate d'argent à la surface et dans l'épaisseur des tissus. »

STÉRÉOCHIMIE. — *Isomérie de structure et pouvoir rotatoire*. Note de MM. **Ph.-A. Guye** et **J. Guerchgorine**, présentée par M. Friedel.

« 1. L'étude comparée des pouvoirs rotatoires de corps isomères de structure simple a déjà fait l'objet de plusieurs observations, notamment de la part de M. Freundler (¹) et de M. Frankland et de ses élèves (²). L'un de

(¹) Freundler, *Thèse*, Paris, 1894. *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. XI, p. 336.

(²) Frankland et Mac Gregor, *Journ. of the chem. Soc.*, p. 1415; 1893.

nous [1] avait aussi publié, en 1894, quelques mesures sur ce sujet; ces recherches, momentanément interrompues, ont été reprises; nous en consignons aujourd'hui les principaux résultats.

» Jusqu'à présent, nous nous sommes bornés à étudier quelques séries d'isomères propyliques et butyliques, contenant tous le groupement dissymétrique des composés amyliques $\equiv C - CH\begin{smallmatrix}\diagup CH^3 \\ \diagdown C^2H^5\end{smallmatrix}$. Ce sont : 1° les valérates d'amyle, dérivés des trois acides valériques isomériques, faisant suite aux butyrates et isobutyrates d'amyle obtenus antérieurement; 2° les valérates propyliques et butyliques, obtenus au moyen de l'acide valérique actif; 3° les caproates propyliques et butyliques, préparés avec l'acide caproïque actif de synthèse, tel qu'on l'obtient par décomposition de l'acide amylmalonique actif.

» Tous ces dérivés ont été préparés à partir de l'alcool actif de Claudon; leurs propriétés optiques ne sont cependant pas toutes comparables à celles des autres corps amyliques étudiés antérieurement.

» En voici la raison : afin de pouvoir comparer les éthers secondaires avec leurs isomères primaires, nous avons été obligés d'adopter un mode de préparation uniforme ; dans ce cas, le procédé consistant à faire réagir les chlorures d'acide sur les alcools était évidemment indiqué ; c'est, en effet, celui que nous avons suivi. Mais, contre notre attente, et sans que nous en ayons bien constaté la cause, la transformation des acides valérique et caproïque en chlorures correspondants a été accompagnée d'une racémisation partielle de ces corps, surtout en ce qui concerne le chlorure de valéryle. Néanmoins, comme tous les éthers d'une même série ont été obtenus avec un chlorure provenant d'une préparation unique, les résultats sont comparables entre eux. Cette remarque ne s'applique pas aux éthers amyliques de la première série (valérates d'amyle) dont les pouvoirs rotatoires sont comparables à ceux des corps de la même série obtenus antérieurement.

» 2. Nos résultats sont consignés dans le Tableau suivant ; R. M. indique la réfraction moléculaire estimée au moyen de la formule en n^2 :

	P. E. H = 727 (moy. à Genève).	R. M. Obs.	R. M. Calc.	Densités entre 15° et 20°.	Rotations spécifiques. $[\alpha]_D$.
Valérate n. d'amyle........	196-199	49,69	50,00	0,8629	+2,99
Isovalérate d'amyle	190-190,5	50,05	50,00	0,8553	+2,69

(1) GUYE, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. XI, p. 1110.

	P. E. H = 727 (moy. à Genève).	R. M. Obs.	R. M. Calc.	Densités entre 15° et 20°.	Rotations spécifiques. $[\alpha]_D$.
Valérate racémique d'amyle.	190-195	50,58	50,00	0,8607	+3,02
Valér. act. de propyle n....	154-157	40,80	40,79	0,8653	+1,99
» d'isopropyle.....	140-144	40,90	40,79	0,8510	+2,54
» de butyle n. ...	171-176	45,31	45,39	0,8643	+1,86
» d'isobutyle......	161-165	45,30	45,39	0,8565	+1,41
» de butyle sec....	164-167	45,48	45,39	0,8534	+2,12
» d'amyle rac.....	186-188,5	50,40	50,00	0,8548	+1,42
Caproate de propyle n......	198-200	49,99	50,00	0,8688	+1,87
» d'isopropyle......	184-186	49,88	50,00	0,8650	+2,10
» de butyle n.......	215°	54,49	54,60	0,8668	+1,61
» d'isobutyle.......	208-210	54,36	54,60	0,8653	+1,28
» de butyle sec.....	190-200	54,10	54,60	0,8656	+1,88

» Les éthers de la première série, dont les formules sont

$$CH^3.CH^2.CH^2.CH^2.COOC^5H^{11},$$

$$\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!\!>CH\text{-}CH^2\text{-}COOC^5H^{11},\qquad \begin{matrix}CH^3\\C^2H^5\end{matrix}\!\!>CH\text{-}COOC^5H^{11},$$

permettent de comparer l'action respective des radicaux butyliques : butylique normal, isobutylique et butylique secondaire, qui entrent dans les formules des acides valériques isomères. En tenant compte du fait que les pouvoirs rotatoires des éthers amyliques sont décroissants depuis le propionate d'amyle, on conclut des données ci-dessus que le groupement isobutyle se comporte comme plus lourd que le butyle, et celui-ci comme plus lourd que le butyle secondaire.

» Les rapports qui existent entre les pouvoirs rotatoires des éthers butyliques, dérivés de l'acide valérique actif et de l'acide caproïque (2e et 3e séries), conduisent à la même conclusion.

» En ce qui concerne les radicaux propyliques, l'étude des éthers des deux dernières séries indique que le radical propyle se compose comme s'il était plus lourd que l'isopropyle, à la condition toutefois de tenir compte du caractère décroissant des pouvoirs rotatoires dans ces deux séries. Ceci est la confirmation des résultats publiés antérieurement par l'un de nous, qui avait trouvé pour pouvoirs rotatoires des butyrates et isobutyrates d'amyle [1] :

Butyrate : $CH^3\text{-}CH^2\text{-}CH^2\text{-}COOC^5H^{11}$ .... $[\alpha]_D = +2,76$

Isobutyrate : $\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!\!>CH\text{-}COOC^5H^{11}$ .... $[\alpha]_D = +3,05$

(1) D'après M. Walden (*Zeitschr. f. Phys. Chem.*, t. XV, p. 644), le butyrate

» *En résumé,* il résulte de ces recherches qu'on connaît actuellement trois séries d'isomères propyliques et trois séries d'isomères butyliques parmi les corps dérivés de l'alcool amylique actif.

» Si l'on tient compte du caractère décroissant des pouvoirs rotatoires dans chacune de ces séries, on en conclut que dans toutes ces séries le groupe propyle se comporte comme plus lourd que le groupe isopropyle; qu'enfin le groupe isobutyle agit comme plus lourd que le butyle normal, et celui-ci comme plus lourd que le butyle secondaire ([1]). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Constitution des combinaisons de l'antipyrine avec les phénols.* Note de M. G. PATEIN, présentée par M. Arm. Gautier.

« Dans la série de Notes que j'ai publiées, seul ou en collaboration avec M. Dufau, *sur les combinaisons de l'antipyrine avec les phénols*, j'ai montré la nature de ces combinaisons, dans lesquelles le noyau de l'antipyrine et le phénol, ayant conservé leur aptitude à se reformer sous l'influence des bases étendues, n'ont pas subi de liaisons de carbone à carbone; l'union doit donc se faire par l'un des atomes d'azote trivalent devenu pentavalent. Mais, sur lequel des deux atomes d'azote se fait cette fixation du phénol? J'avais admis théoriquement, ainsi que Béhal l'a fait pour le chloral, que le phénol se fixe sur l'azote 2, le plus électropositif comme uni à un groupe *méthyle* et plus éloigné du groupe cétonique 5. Pour démontrer le fait expérimentalement, j'ai cherché comment se comporte, vis-à-vis des phénols, la *monométhylphénylpyrazolone* dans laquelle l'azote 2 a des liaisons différentes de celles de l'azote correspondant de l'antipyrine.

» β-*Naphtol et monométhylphénylpyrazolone.* — On a dissous dans l'alcool $1^{gr},44$ de naphtol et $1^{gr},74$ de pyrazolone monométhylée, ce qui correspond à une molécule de chacun des deux corps. La solution abandonnée à l'évaporation spontanée a donné une masse sirupeuse contenant des cristaux qui ont été isolés par lavages à l'éther. L'examen de ces cristaux, dont le point de fusion était 128°-130°, a montré

---

serait plus actif que l'isobutyrate. A notre demande, ce savant a bien voulu soumettre ses deux échantillons à l'action de l'anhydride phosphorique, seul moyen d'enlever les dernières traces d'alcool amylique actif (*Bull. de la Soc. chim.*, 3e série, t. XV, p. 279), et nous a confirmé que l'isobutyrate est, comme nous l'indiquons, plus actif que le butyrate.

([1]) Genève, laboratoire de Chimie de l'Université.

qu'ils n'étaient autre chose que de la monométhylphénylpyrazolone, et, comme leur poids dépassait la moitié de celui de la pyrazolone employée, il faut conclure que les deux corps ne se combinent pas molécule à molécule. En doublant le poids du naphtol, on augmente la solubilité de la pyrazolone dans l'éther, jusqu'à rendre toute séparation des deux corps impossible par le liquide, mais la cristallisation fractionnée ne donne que des mélanges en proportions variables de β-naphtol et de pyrazolone. Il ne se forme donc pas de combinaison. Je rappelle que, dans les mêmes conditions, la combinaison avec la diméthylphénylpyrazolone se fait immédiatement et intégralement.

» *Résorcine et monométhylphénylpyrazolone.* — On a mis de la *pyrazolone* dans un tube à essai avec très peu d'eau et on a ajouté de la *résorcine* jusqu'à dissolution parfaite de la pyrazolone. Il a fallu pour cela un poids de résorcine correspondant à plus de quatre molécules; par l'eau, le liquide se trouble et devient laiteux; mais le trouble disparaît si l'on ajoute une plus grande quantité d'eau, en chauffant légèrement. La solution ainsi obtenue est laissée au repos pendant plusieurs jours. Il s'y forme de beaux cristaux qui, séparés et lavés à l'éther, ont été reconnus comme étant de la *monométhylphénylpyrazolone* pure. Malgré l'excès de résorcine, il se sépare donc de la pyrozolone libre; il n'y a pas combinaison. Si l'excès de résorcine est encore plus grand, l'addition d'eau ne produit de précipité à aucun moment et il ne se sépare pas de cristaux. La résorcine n'agit donc que comme dissolvant.

» *Hydroquinone et monométhylphénylpyrazolone.* — L'*hydroquinone* se comporte comme la résorcine. On place dans un tube à essai 1gr de *pyrazolone,* 4gr d'*hydroquinone* et de l'eau; à l'ébullition on obtient une solution limpide; mais, par refroidissement, il se précipite un mélange de cristaux, duquel l'éther permet d'isoler de la monométhylphénylpyrazolone. Si l'excès d'hydroquinone est moins considérable, on n'arrive pas à dissoudre la pyrazolone dans l'eau bouillante. L'hydroquinone n'agit donc ainsi que comme dissolvant.

» *Acide salicylique et monométhylphénylpyrazolone.* — On a fait dissoudre dans l'alcool 1gr,75 de *pyrazolone* et 1gr,40 d'*acide salicylique*, ce qui correspond à une molécule de chacun des deux corps. Par évaporation spontanée, on sépare, grâce à une cristallisation fractionnée, les différentes portions; c'étaient des mélanges de quantités variables de pyrazolone et d'acide salicylique. Au moyen de l'éther on a pu isoler 0gr,80 de *monométhylphénylpyrazolone* pure. En doublant la proportion d'acide salicylique, on augmente la solubilité de la pyrazolone dans l'éther, mais on peut encore, à l'aide de ce liquide, isoler de la pyrazolone libre. L'acide salicylique ne se combine donc pas à la monométhylphénylpyrazolone; il n'a qu'une action dissolvante.

» *Conclusions.* — Il nous est donc permis de conclure que :

» 1° La monométhylphénylpyrazolone ne se combine ni aux phénols, ni aux acides phénols;

» 2° Des deux atomes d'azote de l'antipyrine, l'azote 1 étant entièrement dans les mêmes rapports dans les molécules de diméthylpyrazolone et de monométhylpyrazolone, c'est par l'azote 2 que l'antipyrine fixe les phénols;

» 3° L'existence des combinaisons de l'antipyrine et des phénols est

inconciliable avec la supposition de E. von Meyer ([1]), d'après laquelle l'antipyrine pourrait être considérée comme une sorte de bétaïne ayant la constitution suivante :

```
              Az — C⁶H⁵
             /         \
CH³ — Az — O — C
       ||        ||
CH³ — C ——— CH
```

» Une telle combinaison ne pourrait évidemment pas fixer de phénols. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le dosage de la lipase*. Note de MM. **Hanriot** et **L. Camus**, présentée par M. Arm. Gautier.

« Dans des Notes antérieures, l'un de nous a établi la présence dans le sang d'un ferment saponifiant, la *lipase*, et a montré que l'activité de ce ferment était susceptible de varier dans différentes conditions. Il y avait donc intérêt à préciser les conditions du dosage de ce ferment, ce que nous cherchons à établir dans la présente Note.

» Le pouvoir saponifiant d'une solution de lipase peut tenir à deux causes bien distinctes : la quantité de ferment qui existe dans la solution, et l'activité spécifique de cette zymase. Nous n'avons pour le moment aucun moyen de dissocier ces deux facteurs, mais, quand il s'agit d'un même sérum, l'activité spécifique est constante et les variations que l'on observe dépendent uniquement de la quantité de ferment.

» Aussi toutes les expériences que nous allons relater ont été effectuées avec un sérum, celui du cheval, qu'il est facile de se procurer en grande quantité et qui s'est montré le plus actif de tous ceux que nous avons étudiés. Nous l'avons recueilli aseptiquement et enfermé dans des ampoules scellées. Depuis près de deux mois qu'il a été recueilli son activité lipasique n'a pas varié, comme le montrent les chiffres suivants qui expriment son activité :

12 décembre	13,5
5 janvier	13,5
17 janvier	15
1 février	13,5

([1]) *Journ. für prakt. Ch.*, t. LIV, p. 177.

» Nous voyons donc que le ferment se conserve sans altération dans le sérum, au moins dans les limites de temps que nous indiquons, et que l'on peut comparer l'un à l'autre deux échantillons de sérum recueillis à des époques différentes.

» I. Pour doser la lipase, nous déterminons la quantité de monobutyrine saponifiée par le ferment. Nous nous sommes d'abord demandé si la quantité de butyrine mise en œuvre, ou la glycérine et le butyrate de soude qui sont ses produits de dédoublement, avaient une influence sur la marche de la réaction. De nombreuses expériences nous ont montré que la glycérine et le butyrate de sodium étaient sans action même à des doses bien supérieures à celles que peut produire la réaction. Quant à la monobutyrine, elle a une influence faible, mais qu'il est en tous cas facile d'éliminer en se servant de solutions toujours au même titre.

» II. La température possède au contraire une influence considérable sur l'activité de la lipase. Cette activité croît depuis 0° jusque vers 50° et décroît ensuite jusqu'à la température de destruction du ferment

Température de la réaction.	Quantités saponifiées	
	en 10 minutes.	en 1 heure.
0°	4,5	13,5
10	»	»
20	6,7	29,3
25	10,1	35
37	13,5	39,5
40	16,9	56,5
50	22,6	71,2
60	27,1	36,1
70	22,6	22,6

» Pour déterminer l'action des températures élevées sur le ferment, nous chauffions du sérum seul pendant une heure à chacune de ces températures, puis nous établissions l'activité à 37° de ce sérum ainsi modifié :

Température de chauffe du sérum.	Activité.
50°-55°	41,5
60-62	6,7
65-66	Action presque nulle
70-72	Plus d'action.

» Ces expériences nous montrent donc que dans le sérum normal la lipase conserve son activité intacte jusque vers 55°, mais qu'elle disparaît presque brusquement aux environs de 60° pour cesser entièrement à 72°.

» III. Si l'on a soin de maintenir constantes la température et la durée de la réaction, en faisant varier les doses de sérum ajoutées, on voit que, au moins pour des

temps courts, l'activité est proportionnelle à la quantité de sérum ajoutée, ce qui revient à dire, à la quantité de lipase :

Temps.	$0^{cc},5$.	1^{cc}.	$1^{cc},5$.	2^{cc}.
20^m	6	11	16	22
1^h	12,5	25	37	48
1^h30	20	36	53	62
2^h	30	54	73	66

» Cette proportionnalité cesse lorsque la température et la durée de la réaction augmentent; les chiffres obtenus tendent vers une même limite indépendante de la quantité de sérum ajoutée.

» Cette donnée est fort importante : nous espérons qu'elle nous permettra de mesurer l'activité spécifique du ferment, indépendamment de la quantité qui en existe dans la solution. De nouvelles recherches sont entreprises sur ce point spécial.

» Ayant ainsi déterminé les conditions qui font varier l'activité d'une solution de lipase, nous sommes en mesure de préciser les conditions les meilleures pour le dosage de ce ferment.

» Nous exprimerons son activité en millionièmes de molécule d'acide mis en liberté pendant vingt minutes à la température de 25°. Ainsi en agissant sur la monobutyrine, 1^{cc} de sérum d'activité 33 mettrait en liberté, à 25° et pendant vingt minutes, une quantité d'acide butyrique (de poids moléculaire 88) $\frac{33 \times 88}{1\,000\,000}$.

» On voit que cette activité sera directement mesurée par le nombre de gouttes d'une solution de carbonate de soude, telles que chacune d'elles sature 0,000001 de molécule d'acide. Si la burette que l'on emploie donne exactement 20 gouttes au centimètre cube, la solution de carbonate de soude devra renfermer $2^{gr},12$ de CO^3Na^2 par litre. La solution devrait être modifiée proportionnellement si la burette ne donnait pas 20 gouttes par centimètre cube.

» Pour effectuer le dosage de l'activité lipasique d'un liquide, on en prend donc 1^{cc} que l'on ajoute à 10^{cc} d'une solution de monobutyrine à 1 pour 100; on ajoute de la phtaléine et l'on sature exactement par le carbonate sodique, on chauffe vingt minutes à 25° et l'on sature de nouveau par la solution de CO^3Na^2 indiquée plus haut; le nombre de gouttes de cette solution mesure l'activité lipasique de la solution. »

ANATOMIE. — *Sur une nouvelle méthode de préparation des pièces anatomiques.* Note de M. le Dr N. **Melnikoff-Rasvédenkoff**, présentée par M. Schützenberger.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie une nouvelle méthode de préparation des pièces anatomiques.

» Voici le résumé de la méthode, d'abord suivie :

» 1. Traitement des organes à la formaline concentrée (40 pour 100 de formaldéhyde).

» 2. Traitement à l'alcool à 95°, ce qui révèle, d'une manière très complète, la coloration primitive.

» 3. Conservation des préparations dans une solution glycérino-aqueuse d'acétate de potasse qui fixe et reconstitue définitivement la coloration première.

» On ne saurait enfin assez recommander l'inclusion des préparations dans la gélatine, avec addition d'acétate de potasse.

» Des recherches ultérieures ont apporté à cette méthode certains perfectionnements, et les nouveaux procédés ont donné d'excellents résultats.

» 1. Les organes frais sont soumis, pendant vingt-quatre à quarante-huit heures, à l'action d'une solution aqueuse à 10 pour 100 de formaline (solution de 40 pour 100 de formaldéhyde), à laquelle on ajoute 5 à 10 pour 100 d'hydrogène sulfuré, ou bien 0,5 à 1 pour 100 de bioxyde d'hydrogène, et transportés ensuite pour plusieurs jours dans de l'alcool à 60-80 pour 100; après quoi on les met dans un liquide composé de la façon suivante : 100 parties d'eau distillée, 20 parties de glycérine et 15 parties d'acétate de potasse.

» 2. On obtient également de belles préparations en traitant au préalable les organes par une solution de formaline à 10 pour 100, à laquelle on ajoute de petites quantités de substances, telles que l'hydroquinone, l'hydroxylamine, la pyrocatéchine, la glycine et le chlorate potassique. Ensuite, on opère comme ci-dessus, c'est-à-dire en traitant les pièces par l'alcool et la solution glycérino-aqueuse de l'acétate de potasse.

» 3. On réussit enfin à faire des préparations très nettes en ajoutant à la solution de 10 pour 100 de la formaline des sels acétiques suivants dans la proportion de 3 à 4 pour 100 : acétates de soude, de potasse, d'aluminium, d'ammonium, de calcium, de baryum, de magnésium, de strontium, de nickel, de manganèse; après quoi on opère de la façon déjà indiquée, c'est-à-dire en traitant les préparations par l'alcool et la solution d'acétate de potasse.

» Tout ceci nous montre que la coloration des organes frais est fixée non

seulement par la formaline elle-même, mais aussi par ses solutions. Pour traiter les pièces par une de ces solutions, on les place dans un bocal sur une couche de ouate.

» Il est à noter que les solutions du n° 3 donnent des colorations très vives et très intenses, tandis qu'avec celles du n° 2 on obtient des nuances trop foncées. Aussi est-il préférable de combiner ces deux catégories de solutions. On peut surtout recommander la combinaison suivante : acétate de potasse, 3,0; chlorate potassique, 0,5; formaline, 10,0; eau, 100,0.

» Pour conserver les préparations, on emploie une solution de 20 parties de glycérine, 15 d'acétate de potasse, 100 d'eau distillée. Les pièces sont placées dans des bocaux en verre à parois parallèles (pièces en bocal). On pratique aussi l'inclusion à la gélatine dans des boîtes en verre (pièces en écrin) et dans des cristallisoirs (pièces montées en tableau).

» Les phénomènes chimiques qui se passent dans cette préparation des pièces anatomiques consistent en une décomposition, sous l'influence des solutions de formaline, de l'hémoglobine en albumine et méthémoglobine. Cette dernière se transforme, par l'action de l'alcool, en un pigment résistant qui se rapproche, par sa coloration, de l'oxyhémoglobine. Ce pigment, qui est l'hématine neutre précipitée, possède, d'après les recherches de M. le D[r] P. Minakoff (*Revue de Médecine,* dirigée par M. Sprimon, n° 1, 1897), les propriétés suivantes : il n'est altéré ni par l'alcool, fort ou étendu, ni par la glycérine, ni par les solutions neutres du potassium et du sodium; il se conserve dans l'alcool et la glycérine légèrement acidulés; dans les liquides très acides il devient brun en se transformant en hématine acide. L'analyse spectrale du précipité neutre d'hématine montre deux bandes d'absorption entre les raies D et E. Ces bandes diffèrent de celles d'oxyhémoglobine : 1° en ce qu'elles sont situées plus à droite vers la partie violette du spectre et coïncident avec les bandes de l'hémoglobine oxycarbonée; 2° en ce qu'il n'existe pas entre elles d'intervalle clair bien prononcé, comme dans le cas de l'oxyhémoglobine, mais elles sont réunies entre elles par une partie plus ou moins obscure. Les bases et les acides forts dissolvent l'hématine neutre qui se précipite de nouveau par la neutralisation des solutions alcooliques, acides et basiques, avec les mêmes propriétés qu'auparavant.

» Dix-huit mois se sont écoulés depuis la préparation de nos premières pièces et jusqu'à présent elles n'ont en rien changé de coloration. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Séparation de la glycérine dans les vins par entraînement au moyen de la vapeur d'eau.* Note de MM. **F. Bordas** et **Sig. de Raczkowski**, présentée par M. Schützenberger.

« Dans une Note, communiquée à l'Académie le 14 décembre 1896, nous avons montré qu'on pouvait doser la glycérine en solution aqueuse étendue avec une solution de bichromate de potasse cristallisé pur à 48gr par litre. En effet, on observe qu'il se produit une teinte jaune ou vert bleuâtre, lorsqu'on verse le bichromate dans la solution glycérinée, suivant que c'est le bichromate ou la glycérine qui se trouve en excès, et que la teinte intermédiaire est parfaitement appréciable dans les limites de dilution que nous indiquons.

» Ce moyen de dosage ne peut évidemment s'appliquer que dans le cas où la glycérine se trouve isolée. Les divers éléments contenus dans le vin, tels que l'alcool, le tanin, le glucose, certains acides organiques, etc., sont autant d'agents qui, réduisant l'acide chromique comme la glycérine elle-même, fausseraient absolument le dosage de cette dernière si on l'effectuait directement sur le vin décoloré par le noir animal ou par le sous-acétate de plomb.

» La plupart des procédés adoptés jusqu'à ce jour reposent sur la solubilité de la glycérine dans un mélange d'alcool et d'éther, pour ne parler que de ceux-là; car, dernièrement, M. Partheil a proposé un appareil pour séparer la glycérine dans les vins par distillation dans le vide, distillation qui s'effectue à 180° dans les conditions de pression qu'il indique.

» Le procédé qui fait l'objet de cette Communication nous semble présenter toutes les garanties désirables, tout en étant, relativement aux autres, d'une application simple et rapide et pouvant s'effectuer avec une petite quantité de vin.

» *Principe du procédé.* — On introduit 50cc ou même 25cc de vin, préalablement neutralisé avec de la potasse, dans un ballon à fond rond d'environ 300cc plongeant jusqu'au col dans un bain-marie contenant une solution saturée de sel marin. On chasse l'alcool et l'eau en chauffant progressivement le bain-marie jusqu'à ce que la température atteigne 110° et en faisant un appel d'air à l'aide d'une trompe à vide. L'opération demande environ une demi-heure; on s'aperçoit d'ailleurs qu'elle est terminée lorsque le tube de dégagement est froid. On fait alors passer un courant de vapeur d'eau pendant trois heures en continuant l'appel d'air, mais en le modérant de

façon que le passage de la vapeur ne soit pas trop rapide, car c'est le contact de cette vapeur et non la quantité qui produit l'entraînement complet de la glycérine.

» Le distillatum, alcool, eau et glycérine, est recueilli dans deux flacons de Wolf d'environ 250cc; mais l'élévation de température de ces deux flacons est suffisante pour que l'alcool soit intégralement chassé ainsi qu'une grande partie de l'eau, tandis qu'elle est au contraire insuffisante pour qu'il y ait entraînement de la glycérine au delà du deuxième flacon.

» On réunit les liquides des deux flacons et l'on amène le volume, avec de l'eau distillée, à 500cc ou à 250cc, suivant qu'on a opéré sur 50cc sur 25cc de vin. Il ne reste plus qu'à effectuer le dosage de la glycérine en solution aqueuse, comme nous l'indiquons dans la Note citée précédemment.

» Nous ferons remarquer qu'il est préférable d'employer une solution de bichromate de potasse à 24gr par litre, dont 1cc = 0,0025 de glycérine. En abaissant le titre de la solution, on diminue les écarts possibles et l'on rend l'appréciation des teintes plus nette.

» Comme on le voit, l'opération est terminée au bout de *quatre heures*.

» *Résultats obtenus.* — Le produit distillé est absolument neutre et le résidu complètement sec.

» On trouve des résultats identiques en titrant une solution de glycérine avant et après distillation.

» Le passage d'un courant de vapeur d'eau pendant trois heures détermine l'entraînement complet de la glycérine, que celle-ci soit en solution aqueuse ou introduite dans du vin. Nous avons séparé ainsi jusqu'à 23gr de glycérine par litre.

» Des dosages répétés plusieurs fois sur le même vin ont toujours donné des résultats identiques.

» En additionnant un vin, dont on avait préalablement titré la glycérine, de proportions déterminées de celle-ci, on a retrouvé les quantités ajoutées, et cela de 0,10 à 0,25 pour 1000 près, comme le montrent les chiffres suivants :

	Glycérine par litre.				
Vin nature	6,50	6,50	6,50	5,00	6,50
Glycérine ajoutée	0,00	1,60	3,20	4,16	16,50
Glycérine totale	6,50	8,10	9,70	9,16	23,00
Quantité trouvée	6,50	8,00	9,50	9,00	22,75
Écarts	0,00	0,10	0,20	0,16	0,25

» Enfin, nous avons effectué comparativement des dosages dans des vins par la méthode de M. Pasteur et par notre procédé, et nous avons trouvé des résultats concordants, souvent plus forts, ce qui est normal.

» Voici quelques chiffres :

	Glycérine pour 1000.									
Par la méthode Pasteur...	5,78	4,12	5,72	5,61	5,22	5,05	4,22	4,09	4,90	5,99
Par notre procédé........	6,00	4,50	6,50	6,50	5,50	5,50	5,50	5,10	5,50	7,00

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Contribution à l'étude de l'action du zinc sur les vins rouges.* Note de M. **L.-A. Levat**.

« Ayant appris qu'un viticulteur avait vu s'altérer le vin d'un fût dans lequel s'était trouvée une lame de zinc, j'ai institué, au laboratoire de l'École nationale d'Arts et Métiers d'Aix, une expérience tendant à déterminer l'action du zinc du commerce sur le vin rouge.

» Une lame de zinc du commerce de 1^{mm} d'épaisseur sur 25^{mm} de longueur et 15^{mm} de largeur a été introduite, le 11 décembre 1896, dans une bouteille contenant 1^{lit} de vin rouge : pareille bouteille, remplie du même vin, tiré du même fût a été placée à côté de la première. Les deux bouteilles ont été soigneusement bouchées et cachetées.

» Au bout de dix jours, le bouchon de la première bouteille sautait. Ayant introduit un tube à travers ce bouchon, je me suis convaincu que le gaz dégagé était de l'*hydrogène*. J'ai bouché à nouveau, et le bouchon cette fois a tenu jusqu'au 11 janvier 1897, date à laquelle j'ai retiré la lame de zinc de la première bouteille, à l'effet d'examiner comparativement les deux vins. La lame de zinc était décapée, brillante après essuyage au papier buvard, avec quelques granulations de sels zinciques adhérents.

» Voici le Tableau comparatif des propriétés de ces deux vins :

	Vin normal.	Vin dénaturé par le zinc.
Saveur...........	normale	styptique
Couleur..........	vineuse, normale	rouge, sale, couperosé
Poids spécifique...	1	1,004
Degré en alcool....	10,15	10,15
Extrait sec........	22	22,6
Tartre............	1,30	1,25
Acidité totale.....	3,75	3
Cendres..........	4,35	5

» La teneur en alcool n'avait pas varié [1].

» Il faut en conclure que le zinc dénature les vins rouges et les rend

[1] Le vin normal contenait des *fleurs;* il n'y en avait pas traces dans le vin dénaturé. L'extrait sec de vin dénaturé présentait un reflet métallique, irisé ou bleuâtre par endroits.

toxiques ; le zinc doit être sévèrement proscrit du métal des robinets pour tonneaux, foudres, cuves et bacs vinaires. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Structure et mécanisme du bulbe chez les Mollusques.* Note de M. **Alexandre Amaudrut**, présentée par M. Edmond Perrier.

« Chez tous les Mollusques où le bulbe est bien développé, on peut considérer cet organe comme une modification de l'œsophage, formé, comme ce dernier, par des fibres musculaires longitudinales superficielles et par des fibres circulaires profondes.

» Les fibres superficielles sont déviées de leur direction primitive par l'apparition des mâchoires et des cartilages; leur puissance est en rapport avec le développement de ces parties dures.

» Les fibres circulaires forment un sphincter puissant, dans la partie antérieure du bulbe, mais en arrière, au niveau des cartilages, elles sont modifiées, pour former les muscles qui relient les cartilages à la membrane élastique. Je désigne ces muscles sous le nom de *tenseurs* et, d'après leur position, je les divise en *tenseurs supérieurs*, *latéraux* et *inférieurs*. Leur insertion sur la membrane élastique forme une ligne, à peu près continue, correspondant au pourtour de la partie étalée de la membrane élastique, cette partie étalée étant située, en partie au-dessus, en partie au-dessous de la pointe de la langue.

» Un autre muscle, également constant, part de la face antéro-externe des cartilages, se porte en avant, de haut en bas, dans les parois de la cavité buccale; son rôle est de diriger la pointe de la langue, de lui imprimer surtout un mouvement de haut en bas, dans les mouvements d'ensemble qu'elle doit exécuter en avant. J'appellerai ce muscle le *fléchisseur des cartilages*.

» Les muscles papillaires sont aussi constants que les précédents; les principaux relient la face supérieure de la papille à la face inférieure de l'orifice de l'œsophage dans le bulbe.

» Les modifications que présente la structure du bulbe, dans les différents groupes, portent sur le nombre, la forme et la disposition des cartilages, des mâchoires, des dents et des muscles extrinsèques, dits *rétracteurs du bulbe*.

» La fonction essentielle de l'appareil radulaire consiste à prendre les aliments au niveau de l'orifice buccal et à les porter à l'entrée de l'œso-

phage. Cette fonction étant générale, le mécanisme doit être expliqué par ces muscles constants.

» Le mécanisme au niveau du bulbe n'est que le début d'un mouvement qui doit se produire sur toute la longueur de l'œsophage, jusqu'à l'estomac. Comme on ne rencontre jamais d'aliments, ni dans la cavité buccale, ni dans l'œsophage, le passage de ceux-ci dans l'estomac doit se produire dans le temps qui sépare deux préhensions des aliments.

» Les muscles superficiels longitudinaux se contractent, tirent la langue en avant, la pointe de celle-ci s'abaisse sous l'effort du fléchisseur. Les fibres circulaires agissent ensuite et progressivement d'avant en arrière, le sphincter refoule d'abord la masse radulaire; la contraction gagne alors, et simultanément, tous les tenseurs (muscles circulaires modifiés). Sous l'effort du tenseur supérieur, dont la puissance est énorme, par rapport au tenseur inférieur, la pointe de la langue exécute un mouvement de rotation de bas en haut pour atteindre l'orifice de l'œsophage. Ainsi s'expliquent les mouvements de translation du bulbe et de rotation de la pointe de la langue, mouvements que l'on peut observer par transparence sur certains animaux vivants.

» Le passage du bol alimentaire, de la pointe de la langue dans l'œsophage, doit se faire de la manière suivante. En arrière de la région des muscles tenseurs, les fibres longitudinales superficielles se contractent, et, comme elles sont en continuité avec celles de l'œsophage, celui-ci se trouve tiré en avant. En même temps, un autre facteur intervient : la partie antérieure de la papille suit les mouvements de la région postérieure des cartilages et exécute un léger mouvement de haut en bas et d'avant en arrière; les muscles papillaires tirent alors sur la face inférieure de l'œsophage; l'entrée de celui-ci se dilate, et comme, à ce moment, l'orifice buccal est fermé, il en résulte un vide à la faveur duquel le bol alimentaire passe brusquement dans l'œsophage. La progression jusqu'à l'estomac se continue, comme chez les Vertébrés, par le jeu des muscles longitudinaux et circulaires.

» La papille ne préside pas aux mouvements du bulbe (Cuvier, C. Vogt, Yung, etc.); au contraire elle suit ces mouvements.

» Les mouvements de la radule ne sauraient non plus s'expliquer par un glissement sur les cartilages (Huxley, Geddes, Wegmann, etc.). La disposition des tenseurs rend ce mouvement impossible ; du reste, tout mouvement dans ce sens serait nuisible à l'arrangement et à la solidité des dents de la radule.

» Les cartilages ne président pas aux mouvements de la langue (Semper, Malard, etc.). Ils sont entraînés dans les déplacements de celle-ci, mais jouent un rôle passif important : ils offrent la résistance nécessaire à la tension de la membrane élastique.

» Les rétracteurs extrinsèques du bulbe n'ont aucun rôle à jouer dans les mouvements propres de la langue (Cuvier, C. Vogt, Yung, Livon, Gibson, etc.). Ces muscles sont loin d'être constants. Leur puissance est en rapport avec les déplacements que le bulbe doit exécuter (animaux à trompe et Pulmonés, dont la tête peut être projetée assez loin en avant de la coquille). Ils fonctionnent seulement quand l'animal rétracte sa trompe ou sa tête et alors ils agissent comme directeurs.

» Le mécanisme que je viens de décrire s'applique à tous les Mollusques. Dans une prochaine Note, je me propose de montrer comment des modifications corrélatives peu importantes des cartilages, des dents, des mâchoires, etc., entraînent des changements profonds dans le régime. »

ZOOLOGIE. — *Sur une méthode de préparation des Rotateurs.* Note de M. NICOLAS DE ZOGRAF, présentée par M. Edmond Perrier.

« Pendant mes études sur la structure, les fonctions et les relations des appareils de locomotion des Rotateurs, j'ai beaucoup regretté de ne pas pouvoir faire de préparations permettant la revision et le contrôle des recherches. Dans la dernière édition du *Traité de Microscopie technique* de MM. A. Lee et Henneguy, j'ai trouvé une remarque sur le mode de narcotisation de ces animaux par la cocaïne, leur fixation par l'acide osmique et leur conservation dans la formoline, d'après une méthode proposée par M. Rousselet.

» Après avoir répété le procédé de M. Rousselet, j'ai constaté, comme on pouvait le prévoir *a priori,* que la formoline ne conserve que pendant un temps très court, et j'ai essayé de combiner ce procédé avec le procédé de fixation et de conservation à l'aide de la réduction de l'osmium. Après quelques insuccès, j'ai réussi à trouver un procédé très facile et très commode.

» Je narcotise les Rotateurs, dans un verre de montre, par la solution de cocaïne chlorhydrique proposée par M. Rousselet, mais sans y ajouter d'alcool méthylique. J'ajoute cette solution goutte par goutte à une quantité minime de l'eau contenant les Rotateurs; quand les animaux cessent de faire des mouvements sans avoir contracté

leurs appareils ciliés, je verse une quantité considérable de la solution d'acide osmique (je dilue la solution de 1 pour 100 avec 4-5 volumes de l'eau distillée). Je laisse l'acide osmique agir sur les animaux environ 2-4 minutes.

» Pendant ce temps, j'enlève la plus grande partie du liquide à l'aide d'une pipette, en tâchant de ne pas remuer et toucher les animaux qui tombent sur le fond du vase, et j'ajoute une quantité considérable d'une solution faible (environ 1 volume sur 8-10 volumes d'eau distillée) de vinaigre de bois cru (*acetum pyrolignosum crudum*).

» Après avoir laissé les animaux dans cette solution environ cinq à dix minutes, je les lave au moins trois fois avec de l'eau distillée, et je remplace peu à peu l'eau par l'alcool, en commençant par ajouter de l'alcool à 50 pour 100 et en finissant par l'alcool absolu.

» Les Rotateurs fixés et conservés par cette méthode ne contractent ni leurs appendices abdominaux, ni leur pied, ni leur bande de cils vibratiles, ni leurs tentacules. Ils peuvent être conservés aussi bien dans la glycérine que dans le baume de Canada ou la résine de Dammar. Le protoplasma de leurs éléments se colore d'une teinte variant du gris bleuâtre au noir foncé, et montre les détails de la structure histologique de l'animal.

» Ce sont principalement les Scirtopodes (*Pedalion mirum*) et les Rhizotes (*Melicerta, Lacinularia, Floscularia, Stephanoceros*) qui donnent des résultats très beaux; quelquefois, si la réaction n'est pas par trop prolongée, mais suffisante pour fixer l'animal, les préparations conservées dans le baume de Canada font l'impression des animaux vivants, comme on le voit sur la préparation de *Stephanoceros Eichhornii*, qui accompagne cette Note.

» Les Ploïmes se conservent aussi très bien, surtout les Loricates et, parmi les Aloricates, les Synchætides et les Triarthrides; quant aux Bdelloïdes, on n'arrive qu'exceptionnellement à les conserver avec leur pied allongé, mais l'appareil vibratile se conserve facilement.

» La même méthode m'a aussi donné des résultats parfaits pour la préparation de beaucoup d'Infusoires, Héliozoaires et Rhizopodes, ainsi que pour celle des Hydres et autres animaux d'eau douce. Seulement, la fixation de ces animaux par la réduction de l'osmium n'exige pas une narcotisation préalable, mais des quantités considérables d'acide osmique. »

ZOOLOGIE. — *Le* castoréum *du Gardon*. Note de M. **Jules Gal**, présentée par M. Chatin.

« Le rôle physiologique des poches à castoréum ne paraît pas nettement établi. En général, cependant, on les considère comme organes

accessoires de l'appareil génital. S'il en est ainsi, leur poids et la nature de leur contenu doit varier suivant que l'animal qui les fournit est plus ou moins éloigné du moment de sa vie et de l'époque de l'année où il est apte à la reproduction.

» Le poids des poches fraîches, p en grammes, me semble lié au poids du castor, P en kilogrammes, par la formule

$$p = (P - 6)14.$$

» Voici, en effet, quelques nombres inédits que M. G. Mingaud me communique, au sujet de cinq castors mâles du Gardon (ils satisfont bien à la formule précédente, sauf le premier) :

Nos.	Date de la capture.	Poids du castor.	Poids des poches fraîches.
		kg	gr
1.	24 mars 1895	11	37
2.	12 juillet »	15	135
3.	8 octobre »	7	13
4.	13 novembre »	22	215
5.	27 octobre 1896	12	84

» Les rares nombres que citent jusqu'ici les Ouvrages spéciaux se rapportent à des poches vieilles. De même, les analyses de castoréum que se transmettent les auteurs ont porté sur des produits commerciaux plus ou moins anciens; mais, avec le temps, ces produits subissent des altérations profondes. Or, au point de vue zoologique, c'est le castoréum frais qu'il importe surtout de connaître.

» Voici l'analyse du castoréum frais, pesant 16gr,3, fourni par le n° 5 du Tableau précédent, et extrait par excision des poches et légère pression :

» Couleur blanc jaunâtre. Saveur douce de beurre de brebis. Odeur caractéristique, mais pas forte. Solidification inférieure à 22°. Densité 0,85.

» Matières albuminoïdes $0,69 \times 6,25 = 4,3$ pour 100. Cendres, 0,25 pour 100.

Perte à 100	7,9
Extrait par l'éther	88,4
» l'alcool	0,8
» l'eau	0,1
» l'acide acétique	0,6
Résidu	2,2
Total	100,0

» Ce castoréum frais ne contient pas de castorine, pas d'acide phénique, quoique les castors du Gardon se nourrissent d'écorce de saule.

» En comparant ces résultats à ceux que l'on cite toujours, on voit des différences extrêmes.

» Ainsi Lehmann donne :

Pour l'extrait éthéré...............	7,4	2,5	8,2
» alcoolique...........	69,7	64,3	41,3

suivant qu'il s'agit du castoréum allemand, de Russie ou du Canada. La divergence de ces nombres avec les nôtres s'explique parce que les produits analysés par Lehmann étaient plus ou moins anciens et, par suite, plus ou moins altérés. Les différences qu'il a signalées s'expliquent autant par l'ancienneté variable de ses trois échantillons que par leur diversité d'origine.

» Le castoréum du Gardon, vieilli, ne fond plus même à température élevée; il a une couleur rouge brun, une forte odeur phéniquée; en un mot, il a complètement changé de nature. Mais nous persistons à penser que la Zoologie doit accorder plus d'attention au produit tel qu'il s'est formé dans le corps de l'animal et notre analyse est, croyons-nous, la première qui ait été faite dans ces conditions. »

BOTANIQUE. — *Nouvelles recherches sur les* Amylotrogus. Note de M. E. **Roze**, présentée par M. Chatin.

« Dans une Note précédente ([1]), j'ai signalé l'existence d'un nouveau genre de Myxomycètes microscopiques, parasites de la fécule, que j'ai nommé *Amylotrogus*. En continuant mes recherches sur les grains de fécules respectés par les Micrococques et les Mucédinées dans les tubercules gangrenés de diverses variétés de Pommes de terre, j'ai été amené à découvrir trois nouvelles espèces de ce genre *Amylotrogus*, dont l'une, à *plasmode pénétrant*, comme celui des *A. discoideus* et *ramulosus*, déjà décrits, que j'appellerai *A. filiformis*, produit des plasmodes allongés, très ténus, non ramifiés, dans l'intérieur des grains de fécule, et dont les deux autres, à *plasmode superficiel*, développent leurs plasmodes sur la surface seule de ces grains, soit sous la forme de petites dartres granuleuses (*A. lichenoides*), ou d'étroites bandelettes plus ou moins entrelacées (*A. vittiformis*). Chez ces deux dernières espèces, les plasmodes confluents fusionnent en s'anastomosant superficiellement; chez les autres, cette fusion a

---

([1]) *Comptes rendus*, séance du 28 décembre 1896.

lieu dans l'intérieur des grains, lorsque des plasmodes différents s'y rencontrent.

» J'ai cherché à me rendre compte du mode de propagation du plasmode de l'*A. ramulosus*, qui se montre beaucoup moins rare que les autres espèces.

» Dans des préparations microscopiques, dont l'eau était constamment renouvelée, j'avais disposé d'un côté des grains de fécule avec leurs plasmodes, de l'autre des grains intacts, extraits de Pommes de terre saines. Mais je n'obtins que des résultats négatifs. Alors, dans des gangrènes sèches de tubercules, présentant de belles colonies d'*A. ramulosus*, je pratiquai de petites cavités, dans lesquelles j'introduisis une assez grande quantité de semblables grains de fécule intacts. Je constatai des indices de contamination au bout d'une dizaine de jours, et, trois semaines après, la plus grande partie de ces grains étaient envahis par les plasmodes très caractéristiques de cet *Amylotrogus*.

» Ainsi, les germes reproducteurs, infiniment petits, de ce Myxomycète ne se meuvent pas dans l'eau ; ils sont quelque peu aériens. Du reste, je n'ai jamais observé d'*Amylotrogus* dans les cellules encore humidifiées où se montrent les Micrococques, et j'ai pu constater que les plasmodes, protégés par leur enveloppe cristalline, avaient la faculté de se laisser dessécher à l'air libre et de se conserver ainsi longtemps après. Mais la réussite de cette expérience me donna l'idée de la répéter avec d'autres grains de fécule que ceux des Pommes de terre, et je fis plusieurs essais identiques avec de la farine de Blé.

» Or, les résultats obtenus ont tous été concordants. Le plasmode de l'*A. ramulosus* attaque les grains de fécule du Blé, dont le volume est plus de moitié moindre que ceux des Pommes de terre. Mais, tout en y pénétrant, il n'y reproduit pas ses délicates arborisations : il s'y creuser et y emplit des cavités capillaires, en lignes courbes ou droites, de longueur variable, parfois cruciformes, ou bien il crible de perforations minuscules la surface des grains ; ces cavités ou perforations se distinguent cependant nettement encore, en raison de leur couleur d'un rouge violacé pâle qui est celle de tous les plasmodes du genre *Amylotrogus*.

» Peut-être faut-il attribuer ce changement de la forme plasmodique de l'espèce à l'état moléculaire différenciel des grains de fécules du Blé ? Quoi qu'il en soit, j'ai remarqué que ces grains passaient par les mêmes phases que ceux de la Pomme de terre, c'est-à-dire qu'ils présentaient les points d'attaque des plasmodes par des germes ponctiformes de moins d'un μ de diamètre, qui s'élargissaient jusqu'à avoir plus d'un μ avant leur

pénétration; après quoi, ces plasmodes perforaient en divers sens l'intérieur des grains, tout en s'y développant, pour en sortir ensuite, en laissant la fécule vide et perforée.

» Lorsque j'eus constaté ce dernier fait, il m'a paru coïncider avec une attaque plus générale des grains de fécule et surtout avec plus de points d'attaque sur chaque grain. Je crois pouvoir en inférer que l'*A. ramulosus*, sous sa nouvelle forme, n'en continue pas moins à se développer et à se reproduire aussi bien dans les grains de fécule du Blé que dans ceux de la Pomme de terre. »

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les formes du parasite du black rot, de l'automne au printemps*. Note de M. **A. Prunet.**

« On sait que la maladie de la Vigne, connue sous le nom de *black rot*, est causée par un Champignon appartenant à l'ordre des Ascomycètes, le *Carlia Bidwellii* (Ellis) P. Magnus ou *Guignardia Bidwellii* (Ellis) Viala et Ravaz.

» On sait aussi, surtout depuis les travaux de MM. Viala et Ravaz, que ce Champignon peut présenter, pendant la belle saison, trois sortes de fructifications : pycnides, spermogonies, conidiophores, et qu'en automne il forme en très grand nombre, sur tous les organes attaqués, des sclérotes qui peuvent donner naissance à des périthèces ou à des conidiophores. J'ai montré [1] que les sclérotes peuvent, en outre, fournir des pycnides et des spermogonies.

» J'ai montré aussi : 1° que les organes de conservation du parasite pendant l'hiver sont les sclérotes; 2° que la transformation des sclérotes en appareils sporifères, et particulièrement en périthèces, n'a pas lieu exclusivement de mai à juillet, comme on le supposait, et qu'elle peut devancer de beaucoup l'époque de l'entrée en végétation de la Vigne.

» Pendant les mois de décembre 1895, janvier et février 1896, les Raisins black-rotés, restés sur les souches, ne portaient dans la Haute-Garonne que des sclérotes. La germination des sclérotes commença vers le milieu de mars et se poursuivit jusqu'en mai. Les recherches que je viens de faire cette année montrent que cette germination peut être plus précoce encore, lorsque les circonstances atmosphériques sont favorables.

---

[1] *Comptes rendus*, 23 mars 1896.

» J'ai réuni dans le Tableau ci-dessous quelques-unes de ces recherches. On y trouvera indiqué le nombre de sclérotes ou de conceptacles divers que j'ai pu compter sur un total de mille examinés. Les coupes qui ont servi à l'établir ont été fournies par des Raisins black-rotés, pris dans les Vignes aux dates signalées, et conservés dans l'alcool ou dans d'autres liquides fixateurs.

Provenance des échantillons.	Sclérotes.	Périthèces.	Pycnides.	Spermogonies.	Conceptacles vides (¹).
Lafitte et Muret (Hte-Garonne), 30 sept. 1896..	950	»	3	47	»
Toulouse et Muret, 8 et 15 octobre	780	»	6	5	8
Toulouse, 9 novembre....................	855	38	86	4	22
Sorbets (Gers), 23 novembre.............	218	342	37	14	394
Toulouse, 27 novembre...................	463	18	192	14	313
Muret, 29 novembre	291	227	125	21	336
Sorbets, 1er décembre....................	94	157	78	5	666
Toulouse, 17 décembre...................	107	113	47	13	720
Sorbets, 5 janvier 1897..................	12	22	»	»	966
Toulouse, 6 janvier......................	89	96	84	9	722
Muret, 10 janvier........................	169	135	152	23	521

» L'évolution des sclérotes, constatée avec certitude dès le 9 novembre, s'est poursuivie avec activité jusqu'à ces jours derniers. Elle est actuellement très avancée dans les localités indiquées.

» Cette précocité si inattendue confirme pleinement les résultats de mes recherches antérieures. J'avais en effet déjà démontré expérimentalement que la germination des sclérotes n'exige pas, comme on le croyait, une température élevée, mais peut avoir lieu à une température relativement basse, à condition que l'humidité soit suffisante. Il faut en chercher la cause dans la douceur et surtout dans l'humidité exceptionnelle de l'automne et du début de l'hiver, dans le sud-ouest de la France.

» On voit donc qu'il est, en réalité, impossible de limiter par des dates fixes la période de transformation des sclérotes en appareils sporifères aptes à fournir les spores d'invasion. Le début de cette période, sa fin, sa durée dépendent entièrement des conditions climatériques et en particulier de l'humidité. Suivant que les circonstances atmosphériques sont favorables ou non, les sclérotes peuvent germer dès l'automne, très peu de

---

(¹) Les conceptacles vides, assez rares d'ailleurs, qui provenaient de pycnides d'été non transformées en sclérotes, n'ont pas été comptés. On les distinguait aisément des conceptacles récemment vidés.

temps après leur formation, ou seulement beaucoup plus tard, au printemps. On conçoit d'ailleurs que des alternances de conditions favorables ou défavorables puissent provoquer ou suspendre successivement cette germination. Les divers appareils sporifères, et notamment les périthèces et les pycnides mettent leurs spores en liberté sous l'influence des mêmes causes qui en amènent la formation. Les uns et les autres se vident rapidement lorsque le temps est humide et doux. On comprend, d'autre part, que la sortie des spores puisse être momentanément suspendue, si le temps redevient sec et froid.

» Il résulte de tout cela que la recherche des sclérotes, des appareils sporifères et des spores du parasite du black rot pendant la saison froide, fournit des résultats qui peuvent varier avec l'année et la date de l'observation, avec les pays ou les régions. Les faits contradictoires, signalés à cet égard par les botanistes, se trouvent ainsi expliqués.

» C'est grâce à des observations presque journalières, faites pendant plusieurs années, de l'automne au printemps, sur des grappes black-rotées fixées aux souches du jardin d'expériences de la Faculté des Sciences de Toulouse, ou envoyées par des viticulteurs dévoués, qu'il m'a été possible d'élucider la question restée obscure, de l'évolution du parasite du black rot pendant la mauvaise saison. Il est maintenant établi que ce parasite se conserve pendant l'hiver à l'aide de sclérotes, dont la transformation en appareils sporifères, fournissant les spores d'invasion, peut, suivant les conditions climatériques, s'effectuer à des époques variables depuis l'automne jusqu'au printemps. Les appareils sporifères formés sont principalement des périthèces et des pycnides, dont la proportion relative et l'ordre d'apparition ne paraissent présenter aucune régularité.

» Actuellement, dans la Haute-Garonne, le Gers et sans doute aussi dans quelques-uns des départements voisins, les spores d'invasion ont abandonné en grand nombre leurs conceptacles et ont été entraînées dans le sol par les eaux de pluie. Si les conditions atmosphériques se montraient de nouveau favorables, il y a tout lieu de croire que les organes black-rotés ne présenteraient plus, sauf cas exceptionnels, que des conceptacles vides longtemps avant le commencement de la végétation de la Vigne. Quoi qu'il en soit, l'étude des diverses circonstances du développement de la maladie présentera, cette année, dans le sud-ouest, au point de vue de la biologie du parasite, un intérêt tout spécial. »

NAVIGATION. — *Sur les effets du filage de l'huile.* Note de M. **Baretge.**

« Le paquebot *Aréthuse*, de la Compagnie des Messageries maritimes, commandé par moi, est parti de Poulo-Condore, le 6 décembre 1896, faisant route sur Singapore, par temps couvert et à grains, forte brise de nord-est, mer grosse, la brise fraîchissant graduellement. Vers midi, coup de vent nord-est, mer énorme; les lames menacent à chaque instant de déferler à bord. Je suis obligé de fuir devant le temps, la mer est démontée. J'ai recours au filage de l'huile.

» A cet effet, j'ai fait remplir d'étoupe les cuvettes des lieux de l'avant et celles de l'arrière, et j'ai fait verser de l'huile par-dessus. Le résultat attendu n'a pas été long à se faire sentir. Les grosses lames, qui arrivaient furieuses sur notre arrière, se trouvaient, par l'effet de l'huile, divisées en trois parties. Le navire était soulevé par une grosse houle, et les grandes crêtes qui surmontaient les lames passaient à quelques mètres, à tribord et à bâbord du navire, dépassant de beaucoup la hauteur de la lisse. Le navire se trouvait dans un sillon formé par les grosses lames qui l'escortaient, tribord et bâbord, sans s'en approcher: le résultat obtenu était parfait. Avec une très grande attention à gouverner, je n'avais plus rien à craindre.

» J'ai dû fuir à la lame jusqu'au lendemain matin. La nuit, très obscure, ne me permettait pas de voir arriver les grosses lames; j'étais prévenu de leur approche et de leur direction par la brise qui augmentait de force. Le 7 décembre, à 7^h du matin, la mer étant un peu tombée, j'ai fait route au sud 11° est. La mer s'est encore trouvée paralysée par l'huile; les lames étaient brisées à 3^m ou 4^m du bord, et frappaient sans force contre le flanc du navire.

» Malgré cette garantie, j'ai jugé prudent de faire route au sud, de manière que la traînée d'huile pût se faire sentir de plus loin et briser, par conséquent, la lame à une plus grande distance, résultat que j'ai encore obtenu.

» J'ai continué la même route jusqu'à minuit. A partir de ce moment, la mer tombe, quoique la brise soit toujours très forte. Je m'estime à l'abri des Anambas. Je cesse le filage de l'huile. La dépense a été d'environ 5^{kg} par heure.

» D'après les résultats obtenus, il faut, pour que l'huile produise son

effet, que la vitesse du navire soit bien en rapport avec l'état de la mer. Dans le cas actuel, ma vitesse n'a pas été supérieure à 8 nœuds. Étant en fuite, j'ai essayé d'augmenter la vitesse ; j'étais alors envahi par la mer. J'ai également essayé étant grand largue ; il m'était impossible de continuer ma route sans m'exposer à de grosses avaries. J'en conclus que la vitesse à 8 nœuds était bien en rapport avec l'état du temps, et qu'à cette allure l'huile a produit son plus grand effet. »

M. **Delauney** adresse une Note intitulée : « Relations entre les masses du Système solaire ».

L'auteur arrive à cette conclusion que « le rapport du produit des masses des planètes d'ordre impair au produit des masses des planètes d'ordre pair est égal à 2 ».

M. J. **Marty** adresse une nouvelle Note relative à diverses questions de Mécanique céleste.

A 3 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Mécanique présente la liste suivante de candidats pour la place laissée vacante par le décès de M. *Resal :*

En première ligne........................	M. **Bazin**.
En seconde ligne........................	M. le Général **Sebert**.
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique........................	M. **Kœnigs**. M. **Lecornu**. M. Félix **Lucas**. M. **Vicaire**. M. **Vieille**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures et demie. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 18 janvier 1897.

Revue de Physique et de Chimie et de leurs applications industrielles, publiée sous la direction scientifique de M. P. Schutzenberger, Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, 1re année. Nos 1, 2, 3. Tours, Deslis frères. 3 fasc. in-8°. (Présentés par M. Schützenberger.)

Bulletin mensuel du Bureau central météorologique de France, publié par E. Mascart, Année 1896. Octobre 1896. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1 fasc. in-4°.

Mémoires publiés par la Société nationale d'Agriculture de France, Tome CXXXVII. Paris, Chamerot et Renouard, 1896; 1 vol. in-8°.

Annuaire de l'Observatoire municipal de Montsouris pour l'année 1897. (Analyse et travaux de 1895.) Météorologie. Chimie. Micrographie. Application à l'hygiène. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1 vol. in-18.

Bulletin de l'Académie de Médecine, publié par M. J. Bergeron, Secrétaire perpétuel, et M. Cadet de Gassicourt, Secrétaire annuel. Séance du 12 janvier 1897. Paris, Masson et Cie; in-8°.

Mémoires de la Société géologique de France. Paléontologie. Mémoire N° 17. *Les Ammonites du crétacé supérieur de l'Algérie*, par M. Péron. Lille, Le Bigot frères, 1896; 1 fasc. in-4°.

Bulletin général de Thérapeutique médicale, chirurgicale, obstétricale et pharmaceutique. Directeur scientifique: Albert Robin. 1re livr. 15 janvier 1897. Paris, Doin; fasc. in-8°.

Sur la fonction elliptique fondamentale $s = p(u, g_2, g_3)$, par Axel Löderblom. (Présenté à la Société royale des Sciences d'Upsal le 4 octobre 1895). Upsal, Ed. Berling, 1896; 1 fasc. in-4°. (Hommage de l'auteur.)

The norwegian north-atlantic expedition 1876-1878. *Zoology-Synascidiæ*, by H. Huitfeldt-Kaas. Christiania, Grondahl et Sons 1896. 1 fasc. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 janvier 1897.

Bulletin astronomique, publié sous les auspices de l'Observatoire de Paris, par M. F. Tisserand, Membre de l'Institut, avec la collaboration de

MM. G. Bigourdan, O. Callandreau et R. Radau. Tome XIII. Décembre 1896. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1896 ; 1 fasc. in-8°.

Annales agronomiques, publiées sous les auspices du Ministère de l'Agriculture, par M. P.-P. Dehérain, Membre de l'Institut, Professeur de Physiologie végétale au Muséum d'Histoire naturelle, etc. N° 1. 25 janvier 1897, Paris, Masson et Cie, 1897 ; 1 fasc. in-8°.

Les poisons de l'organisme. Poisons des tissus, par A. Charrin, Professeur agrégé, Médecin des hôpitaux, etc. Paris, Masson et Cie, Gauthier-Villars et fils ; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. d'Arsonval.)

Notice sur les travaux scientifiques de M. E.-H. Amagat, Correspondant de l'Institut, Répétiteur à l'École Polytechnique. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1896 ; in-4°.

Notice sommaire des travaux scientifiques de M. R. Radau. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1897 ; in-4°.

Étude géologique de l'aqueduc de l'Avre; dérivation, vers Paris, des sources de la Vigne et de Verneuil, par M. G. Ramond. (Extrait des Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes, Sciences, 1896.) Paris, Imprimerie Nationale, 1896 ; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Revue générale des Sciences pures et appliquées, Directeur : Louis Olivier, Docteur ès sciences. 8e année. N° 1. 15 janvier 1897. Paris, G. Carré et C. Naud ; 1 fasc. gr. in-8°.

Annales du Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique. Les Arachnides de Belgique, par Léon Becker. Deuxième et troisième Partie, avec Atlas de planches. Bruxelles, Hayez, 1896 ; 2 vol. in-f°.

Sur la Géométrie des courbes transcendantes. Mémoires originaux, par Antonio Cabreira. Lisbonne, Imprimerie nationale, 1896 ; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Researches on the evolution of the stellar systems. Volume I : *On the universality of the law of gravitation and on the orbits and general characteristics of binary stars,* by T. I. I. See, A. M; Ph. D. (Berlin) ; 1896. Berlin, R. Friedländer und Sohn ; 1 vol. in-4°.